DAFTAR PUSTAKA

Afriyani, Yulia. 2015. *Pengaruh Model Koperatif Tipe Make a Match terhadap Hasil Belajar Matematika Siswa Kelas VII SMP Negeri 9 Lubuklinggau.* Jurnal. Sekolah Tinggi Keguruan dan Ilmu Pendidikan Persatuan Guru Republik Indonesia Lubuklinggau. (http://mahasiswa.mipastkipllg.com). diakses tanggal 02 Juli 2018.

Arikunto, Suharsimi. 2013. *Prosedur Penelitian Suatu Pendekatan Praktik.* Jakarta : PT Rinoka

Arikunto, Suharsimi. 2013. *Dasar-Dasar Evaluasi Pendidikan*. Jakarta : Paragonatama Jaya

Fathurrohman, Muhammad. 2015. *Model-Model Pembelajaran Inovatif*. Jogjakarta : Ar-Ruzz Media.

Hamzah, Ali dan Muhlisrarini. 2014. *Perencanaan dan Strategi Pembelajaran Matematika.* Jakarta : PT Raja Grafindo Persada.

Huda, Miftahul. 2012. *Model-Model Pengajaran dan Pembelajaran.* Yogyakarta : Pustaka Pelajar.

Karwati, Euis dan Donni Juni Priansa. 2014. *Manajemen kelas (Classroom Management)*. Bandung : Penerbit Alfabeta.

Pratiwi, Alifah Budi. 2015. *Pengaruh Strategi Numbered Head Together (NHT) dan The Power of Two Terhadap Hasil Belajar Matematika Ditinjau dari Motivasi Belajar Siswa.* Jurnal. Universitas Muhammadiyah Surakarta. (http://eprints.ums.ac.id). diakses 28 Juli 2018.

Priansa, Donni Juni. 2017. *Pengembangan Strategi dan Model Pembelajaran*. Bandung : CV Pustaka Setia.

Puji, Erna Astutik dan Sri Rahmawati Fitriatien. 2016. *Metode Statistika*. Surabaya : Adi Buana University Press

Suyadi. 2013. *Strategi Pembelajaran Pendidikan Karakter*. Bandung : PT Remaja Rosdakarya.

Sudjana, Nana. 2014. *Dasar-Dasar Proses Belajar Mengajar*. Bandung : Sinar Baru Algensindo

Sugiono. 2013. *Pedagogik Terapan.* Surabaya : University Press Adi Buana.

Sugiyono. 2017. *Metode Penelitian Pendidikan*. Bandung : Alfabeta.
Thobroni. M. 2015. *Belajar dan Pembelajran.* Yogyakarta : Ar-Ruzz Media

Lampiran 1 Format Revisi Skripsi

FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS PGRI ADI BUANA
SURABAYA
Kampus I : Jl. Ngagel Dadi III-B/37 Telp. (031) 5053127, 5041097 Fax. (031) 5662804 Surabaya 60234
Kampus II: Jl. Dukuh Menanggal XII Telp. (031) 8281181, 8281182, 8281183 Surabaya 60234
http://fkip.unpasby.ac.id/

FORMAT REVISI SKRIPSI

Nama Mahasiswa	:	Ika Novita Wahyu Kinasih
NIM	:	155500110
Program Studi	:	Pendidikan Matematika
Tanggal Ujian Skripsi	:	24 Januari 2019
Judul Skripsi	:	Perbedaan Model Pembelajaran Kooperatif Tipe NHT dan Tipe *Make a Match* terhadap Keaktifan dan Hasil Belajar Siswa Kelas XI Materi Lingkaran
Penguji I	:	Dr. Sunyoto Hadi Prayitno, S.T., M.Pd.
Penguji II	:	Drs. Susilo Hadi, M.Pd.

No	Materi Revisi	Penguji I	Penguji II
1.	Pengetikan perlu dibetulkan (mengikuti panduan)		
2.	Ditambahkan temuan masalah pada tempat penelitian (BAB 1)		
3.	Kesimpulan (BAB 5)		

Batas waktu revisi skripsi: 2 (dua) minggu terhitung dari waktu ujian skripsi.

Dosen Penguji I,

Dr. Sunyoto Hadi Prayitno, S.T., M.Pd.
NIDN. 0020086503

Dosen Penguji II,

Drs. Susilo Hadi, M.Pd.
NIDN. 0726126001

Lampiran 2 Berita acara bimbingan Skripsi

FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS PGRI ADI BUANA SURABAYA
Kampus I Jl. Nginggel Dalh III-IV/7 Telp. (031) 5953127, 5941027 Fax. (031) 5662804 Surabaya 60234
Kampus II Jl. Dukuh Menanggal XII Telp. (031) 8281181, 8281182, 8281183 Surabaya 60234
http://fkip.unipasby.ac.id/

BERITA ACARA BIMBINGAN SKRIPSI

Nama Mahasiswa : Ika Novita Wahyu Kinasih
NIM : 155500110
Program Studi : Pendidikan Matematika
Judul Skripsi : Perbedaan Model Pembelajaran Kooperatif Tipe NHT dan Tipe *Make A Match* terhadap Keaktifan dan Hasil Belajar Siswa Kelas XI Materi Lingkaran

No	Tanggal	Materi Bimbingan	Pembimbing I	Pembimbing II
1	19-07-2018	Pengajuan Judul		
2	25-07-2018	Revisi Bab I		
3	31-07-2018	Bab I (ACC)		
4	07-08-2018	Revisi Bab II		
5	14-08-2018	Bab II (ACC)		
6	16-08-2018	Revisi Bab III		
7	23-08-2018	Bab III (ACC)		
8	03-01-2018	Revisi Bab IV		
9	07-01-2018	Bab IV (ACC), Revisi Bab V		
10	08-01-2019	Bab V (ACC), Revisi Abstrak		
11	11-01-2019	Abstrak (ACC)		

Selesai bimbingan skripsi tanggal 11-01-2019

Dosen Pembimbing I,

Drs. Susilo Hadi, M.Pd.
NIDN. 0726126001

Dosen Pembimbing II,

Rani Kurnia Putri, S.Si., M.Si.
NIDN. 0718058901

Mengetahui
Dekan FKIP,

Dr. Sunan, S.H., M.Si.
NIP. 19680101031992031003

Lampiran 3 Surat permohonan ijin

FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS PGRI ADI BUANA SURABAYA
Kampus I : Jl. Ngagel Dadi III-B/37 Telp. (031) 5041097 Fax. (031) 5042804 Surabaya 60245
Kampus II:Jl. Dukuh Menanggal XII Telp. (031) 8281182, 8281183 Surabaya 60234.
Website : http://fkip.unipasby.ac.id

Unipa Surabaya

Nomor : 116/Ak.2/FKIP/X/2018 03 Oktober 2018
Lampiran : -
Perihal : Permohonan Izin Penelitian

Yang Terhormat,
Kepala MAN Buduran
di Sidoarjo

Sesuai dengan kurikulum Universitas PGRI Adi Buana Surabaya, untuk penyelesaian akhir masa studi, mahasiswa diwajibkan menulis skripsi. Berkaitan dengan ini, mohon dengan hormat Bapak/Ibu Kepala MAN Buduran Sidoarjo berkenan memberikan izin penelitian kepada mahasiswa:

Nama	:	Ika Novita Wahyu Kinasih
NIM	:	155500110
Program Studi	:	Pendidikan Matematika
Judul Penelitian	:	Perbedaan Model Pembelajaran Kooperatif Tipe NHT dan Tipe Make a Match terhadap Keaktifan dan Hasil Belajar Siswa Kelas XI Materi Lingkaran.
Waktu penelitian	:	17 September 2018 s/d 17 November 2018

Demikian atas bantuan dan kerjasamanya disampaikan terima kasih.

Dekan,

UNIVERSITAS PGRI ADI BUANA SURABAYA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN

Dr. Suhari, S.H., M.Si
NIP. 196801031992031003

Tembusan :

1. Wakil Dekan I
2. Kaprodi

Lampiran 4 Surat keterangan penelitian

KEMENTERIAN AGAMA REPUBLIK INDONESIA
KANTOR KEMENTERIAN AGAMA KABUPATEN SIDOARJO
MADRASAH ALIYAH NEGERI SIDOARJO
Jalan Stadion Nomor 2 Sidoarjo Kode Pos 61252
Telepon (031) 8903805
Website : www.mansidoarjo.sch.id Email : mansidoarjo@gmail.com

SURAT KETERANGAN TELAH MELAKSANAKAN PENELITIAN
Nomor: B-026/Ma.13.10.01/PP.00.6/01/2019

Yang bertanda tangan di bawah ini, Kepala Madrasah Aliyah Negeri Sidoarjo menerangkan bahwa :

Nama	:	IKA NOVITA WAHYU KINASIH
NIM	:	155500110
Jurusan/Prodi	:	Pendidikan Matematika
Perguruan Tinggi	:	UNIVERSITAS PGRI ADI BUANA SURABAYA
Program	:	S1
Judul Penelitian	:	"Perbedaan Model Pembelajaran Kooperatif Tipe NHT dan Tipe Make a Match terhadap Keaktifan dan Hasil Belajar Siswa Kelas XI Materi Lingkaran"

Mahasiswa tersebut di atas, telah melaksanakan Penelitian di MAN Sidoarjo pada tanggal 17 September s.d 17 Nopember 2018.

Demikian Surat Keterangan ini kami buat, untuk dipergunakan sebagaimana mestinya.

Sidoarjo, 11 Januari 2019
Kepala Madrasah

Drs. ABD. JALIL,M Pd.I
NIP. 19660407 200003 1001

Lampiran 5 Lembar validasi observasi

LEMBAR VALIDASI OBSERVASI KEAKTIFAN SISWA

Satuan Pendidikan : MAN

Mata Pelajaran : Matematika (Peminatan)

Materi Pokok : Lingkaran

Nama Validator (dengan gelar) : Dra. Nurul Qomariyah

A. Petunjuk :

1. Kami mohon agar Bapak/Ibu dapat memberikan penilaian ditinjau dari beberapa aspek dan penilaian umum terhadap lembar observasi.
2. Untuk penilaian ditinjau dari beberapa aspek, dimohon Bapak/Ibu memberikan tanda ceklis (√) pada kolom nilai yang sudah disediakan.
3. Untuk penilaian umum, dimohon Bapak/Ibu milingkari skala penilaian yang sesuai dengan penilaian Bapak/Ibu.
4. Untuk saran-saran atau revisi, Bapak/Ibu dapat menuliskannya pada lembar observasi atau pada kolom saran yang disediakan.

B. Keterangan Skala Penilaian

1 : Kurang

2 : Cukup

3 : Baik

4 : Sangat Baik

C. Penilaian ditinjau dari beberapa aspek

No.	Indikator	Skala Penilaian			
		1	2	3	4
1	Kelengkapan komponen lembar observasi keaktan siswa				✓
2	Tata bahasa yang digunakan				✓
	a. Istilah				✓
	b. Ketepatan pemilihan kata				√
	c. Susunan kalimat				√
3.	Penilaian			✓	
	a. Penentuan untuk memprtoleh prosentase setiap indikator yang iperoleh siswa			✓	
	b. Penentuan untuk memperoleh prosentase secara			√	

	klasikal.				
Jumlah skor setiap skala penilaian				6	16
Jumlah skor yang diperoleh					22

D. Penilaian Umum

Berdasarkan penilaian yang dilakukan, dapat disimpulkan bahwa penilaian secara umum terhaap lembar observasi ini adalah :

Lingkari pilihan yang sesuai !

a. Lembar observasi ini :
   1. Kurang
   2. Cukup
   3. Baik
   4. Sangat baik

b. Lembar observasi ini :
   1. Tidak dapat digunakan
   2. Dapat digunakan dengan banyak revisi
   3. Dapat digunakan dengan sedikit revisi
   4. Dapat igunakan tanpa revisi

E. Komentar dan sran perbaikan :

Lembar observasi bisa langsung di gunakan.

Sidoarjo, 10 Oktober 2018

Validator

Dra. Nurul Qomariyah

NIP : 196501241994032001

Lampiran 6 Lembar validasi angket

LEMBAR VALIDASI ANGKET KEAKTIFAN BELAJAR SISWA

Satuan Pendidikan	: MAN
Mata Pelajaran	: Matematika (Peminatan)
Materi Pokok	: Lingkaran
Nama Validator (dengan gelar)	: Drs. Nurul Qomariyah

Petunjuk :

a. Untuk memberikan penilaian terhadap format angket tentang keaktifan siswa. Bapak/Ibu cukupmemberikan tanda ceklis (√) pada kolom telah disediakan.

b. Aspek-aspek yang dinilai sebagai berikut :
   1) Keterkaitan indikator dengan tujuan keaktifan siswa
   2) Kesesuaian pernyataan/pertanyaan dengan indikator yang diukur.
   3) Kesesuaian antara pernyataan/pertanyaan dengan tujuan keaktifan siswa
   4) Bahasa yang digunaka baik dan benar.

c. Angka-angka yang terapat pada kolom yang dimaksud berarti :
   0 = Tidak valid
   1 = Kurang valid
   2 = Cukup valid
   3 = Valid
   4 = Sangat valid

d. Huruf-huruf yang terdapat pada kolom yang dimaksud berarti :
   A = dapat digunakan tanpa revisi
   B = dapat digunakan dengan revisi sedikit
   C = dapat digunakan dengan revisi sedang
   D = dapat digunakan dengan revisi banyak sekali
   E = tidak dapat digunakan

No. Item	ASPEK YANG DINILAI																			
	1					2					3					4				
	0	1	2	3	4	0	1	2	3	4	0	1	2	3	4	0	1	2	3	4
1				✓					✓					✓					✓	
2				✓					✓					✓					✓	
3				✓					✓					✓				✓		
4			✓						✓					✓					✓	
5				✓				✓						✓					✓	
6				✓						✓			✓						✓	
7				✓					✓					✓					✓	
8					✓				✓					✓						✓
9				✓					✓					✓					✓	
10				✓					✓					✓				✓		
11			✓						✓				✓						✓	
12					✓				✓						✓					✓
13				✓						✓				✓					✓	
14				✓					✓					✓					✓	
15			✓						✓					✓					✓	
16				✓					✓					✓					✓	
17				✓						✓					✓					✓
18					✓				✓					✓						✓
19				✓					✓					✓					✓	
20				✓					✓					✓					✓	
21					✓				✓					✓						✓

22				√					√					√				√	
23			√						√						√				√
24				√					√					√				√	
25				√					√					√				√	

Penilaian Angket Secara Umum

URAIAN	A	B	C	D	E
Penilaian secara umum terhadap format angket/kuesioner tentang keaktifan siswa	√				

Saran-saran :

Sudah bisa langsung di gunakan ke responden

Sidoarjo, 10 Oktober 2018

Validator

Dra. Nurul Qomariyah
NIP : 196501241994032001

Lampiran 7 Lembar validasi tes

LEMBAR VALIDASI TES

Satuan Pendidikan : MAN
Mata Pelajaran : Matematika (Peminatan)
Materi Pokok : Lingkaran
Nama Validator (dengan gelar) : Drs. Nurul Qomariyah

Petunjuk

1. Kami mohon agar Bapak/Ibu memberi penilaian ditinjau dari beberapa aspek penilaian umum dan saran-saran untuk merevisi lembar tes yang kami susun.
2. Tes ini bertujuan untuk mengetahui hasil belajar matematika dalam menyelesaiakan soal uraian yang berkaiatan dengan materi persamaan logaritma.
3. Untuk mengisi tabel validasi, dimohon Bapak/Ibu memberikan tanda ceklis (√) pada kolom yang sesuai dengan penilaian Bapak/Ibu.
4. Untuk penelitian umum, dimohon Bapak/Ibu melingkari nilai angka yang sesuai dengan penilaian Bapak/Ibu
5. Untuk saran-saran revisi, Bapak/Ibu dapat langsung menuliskannya pada naskah yang perlu direvisi atau menuliskannya pada kolom saran yang kami sediakan.

A. Keterangan

Validasi Isi	Bahasa dan Penulisan Soal	Kesimpulan
V : Valid	SDP : Sangat dapat dipahami	TR: Dapat digunakan tanpa revisi
CV : Cukup Valid	DP : Dapat dipahami	RK: Dapat digunakan dengan revisi kecil
KV : Kurang Valid	KDP : Kurang dapat dipahami	RB: Dapat digunakan dengan revisi besar
TV : Tidak Valid	TDP : Tidak dapat dipahami	PK: Belum dapat digunakan maka perlu konsultasi

B. Tabel Validitas Isi, Bahasa dan Penulisan Soal Serta Kesimpulan

No Butir Soal	Validitas Isi				Bahasa dan Penulisan Soal				Kesimpulan			
	V	CV	KV	TV	SDP	DP	KDP	TDP	TR	RK	RB	PK
1.	✓				✓				✓			
2.	✓				✓				✓			
3.	✓				✓				✓			
4.	✓				✓				✓			
5.		✓				✓				✓		

C. Penelitian Umum

Secara umum lembar tes ini : (di mohon melingkari angka yang sesuai dengan penilaian Bapak/Ibu).

1. Sangat tidak baik, sehingga belum dapat digunakan dan masih memerlukan konsultasi.
2. Tidak baik, tetapi dapat digunakan dengan banyak revisi.
3. Baik, sehingga dapat digunakan tetapi dengan sedikit revisi.
4. Sangat baik, sehingga dapat digunakan tanpa revisi.

D. Komentar dan Saran Perbaikan

Lembar tes ini sudah bisa langsung di gunakan

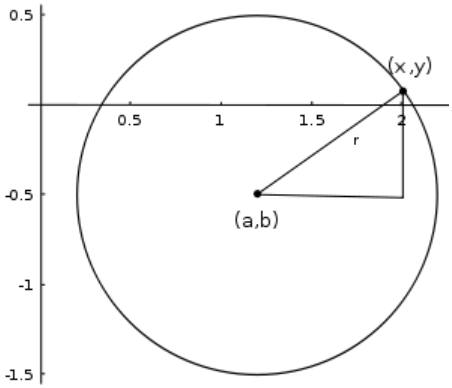
Sidoarjo, 10 Oktober 2018

Validator

Dra. Nurul Qomariyah
NIP : 196501241994032001

Lampiran 8 Bahan ajar

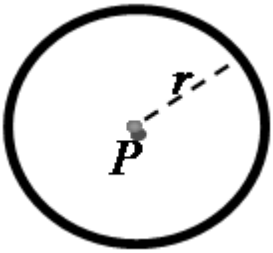
Persamaan Lingkaran



Lingkaran dengan jari-jari r=1, berpusat di (a,b)=(1,2 , 0,5)

Lingkaran adalah tempat kedudukan titik-titik pada bidang yang berjarak sama terhadap suatu titik tertentu. Titik tertentu itu disebut ***pusat lingkaran***, sedangkan jarak titik terhadap pusat lingkaran disebut ***jari-jari lingkaran***.

Gambar dibawah ini menunjukkan lingkaran dengan pusat P dan jari-jari r.



A. Persamaan Lingkaran

1. Persamaan lingkaran yang berpusat O (0, 0) dan jari-jari r

Pada lingkaran disamping jari-jari atau ***r* = *OP*, *OQ* = *x*** dan ***PQ* = *y***.
Jarak dari O (0, 0) ke P (x, y) adalah.

$$d = \sqrt{(x-0)^2 + (y-0)^2}$$
$$d^2 = (x-0)^2 + (y-0)^2$$
$$d^2 = x^2 + y^2 \ (karena\ \ 0P = r,\ maka\ \ d = r)$$
$$r^2 = x^2 + y^2 \ \text{atau}\ \ x^2 + y^2 = r^2$$

Berdasarkan ***rumus Pythagoras***

$$\boldsymbol{OQ^2 + PQ^2 = OP^2}\ atau\ \boldsymbol{x^2 + y^2 = r^2}$$

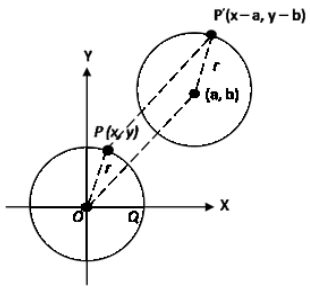
Jadi persamaan lingkaran dengan pusat O (0, 0) dan jari-jari r adalah *x2 + y2 = r2*

Contoh :
Tentukan persamaan lingkaran yang berpusat O (0, 0) dan jari-jari 5

Jawab :

$$x^2 + y^2 = r^2$$
$$x^2 + y^2 = 5^2$$
$$x^2 + y^2 = 25$$

2. Persamaan lingkaran yang berpusat P (a, b) dan berjari-jari r



Persamaan lingkaran yang berpusat *P(a, b)* dan berjari-jari r dapat diperoleh dari persamaan lingkaran yang berpusat di (0, 0) dan berjari-jari r dengan menggunakan teori pergeseran. Jika pusat (0, 0) bergeser *(a, b)* maka titik (x, y) bergeser ke *(x + a, y + b)*.
Kita peroleh persamaan.

$$x' = x + a \rightarrow x = x' - a$$
$$y' = y + b \rightarrow y = y' - b$$

Persamaan lingkaran menjadi *(x'– a)2 + (y' – b)2 = r2*
Jadi persamaan lingkaran yang berpusat *P(a, b)* dan berjari-jari r adalah *(x- a)2 + (y – b)2 = r2*

Contoh 1 :
Tentukan persamaan lingkaran yang berpusat di (3, 2) dan berjari-jari 4

Jawab :
Pusat (3, 2) maka *a* = 3 dan b = 2
Persamaan lingkaran *(x- a)2 + (y – b)2 = r2*
(x- 3)2 + (y – 2)2 = 42
(x- 3)2 + (y – 2)2 = 16

Contoh 2 :
Tentukan persamaan lingkaran berpusat di titik P(2, 3) yang melalui Q(5, -1)

Jawab :

$$\text{Jari} - \text{jari lingkaran } r = \sqrt{(x_q - x_p)^2 + (y_q - y_p)^2}$$
$$r = \sqrt{(5-2)^2 + (-1-3)^2}$$
$$r^2 = (3)^2 + (-4)^2$$
$$r^2 = 9 + 16$$
$$r^2 = 25$$

Pusat (2, 3) maka *a* = 2 dan b = 3

Persamaan lingkaran *(x- a)2 + (y – b)2 = r2*
(x- 2)2 + (y – 3)2 = 252

3. **Bentuk umum persamaan lingkaran**
Persamaan lingkaran yang berpusat *P(a, b)* dan berjari-jari r adalah
(x- a)2 + (y – b)2 = r2
x2 – 2ax + a2 + y2 – 2by + b2 = r2
x2+ y2 – 2ax – 2by + a2+ b2– r2 = 0 atau x2+ y2 + Ax + By + a2+ b2+ C= 0
Jadi bentuk umum persamaan lingkaran *x2+ y2 + Ax + By + a2+ b2+ C= 0*

Contoh :
Tentukan pusat dan jari-jari lingkaran *x2+ y2 – 4x +2y – 20= 0*

Jawab :
A = -4, B = 2, dan C = -20

$$\text{dengan pusat}\left(-\tfrac{1}{2}A, -\tfrac{1}{2}B\right)\text{dan jari}-\text{jari } r = \sqrt{\tfrac{1}{4}A^2 + \tfrac{1}{4}B^2 - C}$$

$$\text{Dengan} A = -2a \;\; maka \;\; a = -\tfrac{1}{2}A \;\; dan \;\; B = -2b \;\; maka \;\; b = -\tfrac{1}{2}B$$

$$c = a^2 + b^2 - r^2 \;\; maka \;\; r^2 = a^2 + b^2 - c$$

$$r^2 = \left(-\tfrac{1}{2}A\right)^2 + \left(-\tfrac{1}{2}B\right)^2 - C$$

$$r^2 = \tfrac{1}{4}A^2 + \tfrac{1}{4}B^2 - C$$

$$r = \sqrt{\tfrac{1}{4}A^2 + \tfrac{1}{4}B^2 - C}$$

$$\text{Pusat}: \left(-\tfrac{1}{2}A, -\tfrac{1}{2}B\right) = \left(-\tfrac{1}{2}(-4), -\tfrac{1}{2}(2)\right) = (2, -1)$$

$$r = \sqrt{\tfrac{1}{4}A^2 + \tfrac{1}{4}B^2 - C}$$

$$= \sqrt{\tfrac{1}{4}(-4)^2 + \tfrac{1}{4}(2)^2 - 20}$$

$$= \sqrt{\tfrac{1}{4}(16) + \tfrac{1}{4}(4) + 20}$$

$$= \sqrt{4 + 1 + 20}$$

$$= \sqrt{25}$$

$$= 5$$

B. Kedudukan Titik dan Garis Pada Lingkaran

1. Kedudukan Titik Pada Lingkaran

Letak K (m,n) terhadap $X^2+Y^2 +Ax + By +C= 0$, ditentukan oleh nilai kuasa titik tersebut terhadap lingkaran

nilai kuasa $K = m^2+n^2 +Am + Bn +C$,

- $K < 0$ di dalam lingkaran
- $K= 0$ pada lingkaran
- $K > 0$ di luar lingkaran

Contoh 1:

Tentukan kedudukan titik-titik berikut terhadap lingkaran $X^2+y^2 -8x -10y +16 =0$ dan gambarlah

a. H(-3,9)
b. L(7,9)
c. M(10,5)
d. N(1,7)

Jawaban:

a. (-3,9)
   $K = (-3)^2+9^2 -8.(-3) -10.9 +16 = 40$, $K > 0$, diluar lingkaran
b. L(7,9)
   $K = (7)^2+9^2 -8.(7) -10.9 +16 = 0$, $K = 0$, pada lingkaran
c. M(10,5)

K = $(10)^2+5^2$ -8.(10) -10.5 +16 = 11, K > 0, diluar lingkaran

d. N(1,7)
K = 12+72 -8.(1) -10.7 +16 = -12, K < 0, didalam lingkaran

2. Kedudukan Garis Pada Lingkaran

Untuk mengetahui kedudukan/ posisi sebuah garis terhadap lingkaran, substitusikan garis terhadap lingkaran sehingga didapatkan bentuk $ax^2+bx+c=0$.

Lihat diskriminannya : $D = b^2 - 4ac$

Jika

- D<0, berarti garis berada di luar lingkaran (tidak memotong lingkaran)
- D=0, berarti garis menyinggung lingkaran
- D>0, berarti garis memotong lingkaran di 2 titik berbeda.

Contoh 1:

Tentukan posisi garis: $y = x + 10$ terhadap lingkaran $x^2 + y^2 = 9$

Jawab:

$x^2 + (x + 10)^2 = 9$

$x^2 + (x^2 + 20x + 100) - 9 = 0$

$2x^2 + 20x + 91 = 0$

$D = b^2 - 4ac$

$D = 20^2 - 4 \times 91 \times 2$

$D = 400 - 728 = -328$

Karena $D < 0$, maka garis berada di luar lingkaran.

Contoh 2:

Tentukan p agar garis $y = -x + p$ terletak di luar lingkaran $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 3 = 0$!

Jawab:

$x^2 + (-x + p)^2 - 2x - 4(-x + p) + 3 = 0$

$2x^2 - 2px + p^2 - 2x + 4x - 4p + 3 = 0$

$2x^2 + (2 - 2p)x + p^2 - 4p + 3 = 0$

syarat: $D < 0$

$(2 - 2p)^2 - 4(2)(p^2 - 4p + 3) < 0$

$4p^2 - 8p + 4 - 8p^2 + 32p - 24 < 0$

$-4p^2 + 24p - 20 < 0$

$-4(p^2 - 6p + 5) < 0$

$-4(p - 5)(p - 1) < 0$

$p = 5$ atau $p = 1$

Gambar dengan garis bilangan untuk pertidaksamaan diatas, maka akan didapatkan nilai p: $p < 1$ atau $p > 5$

C. Persamaan Garis Singgung Lingkaran

Jika persamaan lingkaran $x^2 + y^2 = r^2$, maka persamaan garis singgungnya:Persamaan garis singgung untuk suatu titik (x_1,y_1) yang terletak pada lingkaran

$$x_1x + y_1y = r^2$$

- Jika persamaan lingkaran
  $(x - x_p)^2 + (y - y_p)^2 = r^2$,
  maka persamaan garis singgungnya:
  $(x_1 - x_p)(x - x_p) + (y_1 - y_p)(y - y_p) = r^2$
- Jika persamaan lingkaran berbentuk
  $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$
  maka persamaan garis singgungnya:
  $x_1x + y_1y + \frac{1}{2}A(x + x_1) + \frac{1}{2}B(y + y_1) + C = 0$

Persamaan lingkaran $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$ dapat juga diubah menjadi $(x - x_p)^2 + (y - y_p)^2 = r^2$ dengan kuadrat sempurna, sehingga rumus yang harus dihafalkan jadi lebih sedikit.

RUMUS:

$$y = mx \pm r\sqrt{m^2 + 1}$$

Atau

$$y - y_p = m(x - x_p) \pm r\sqrt{m^2 + 1}$$

Contoh soal :

1. Diberikan persamaan lingkaran:
   $L \equiv x^2 + y^2 = 25$.
   Tentukan persamaan garis singgung lingkaran yang memiliki titik singgung di (−4, 3).

   Pembahasan
   Menentukan garis singgung pada suatu lingkaran yang pusatnya di (0, 0) dan diketahui titik singgungnya.
   Lingkaran $L \equiv x^2 + y^2 = r^2$
   Titik singgung (x_1, y_1)
   Persamaan garis singgungnya adalah:
   $$\boxed{x_1x + y_1y = r^2}$$
   Dengan $x_1 = -4$ dan $y_1 = 3$, persamaan garisnya: $-4x + 3y = 25$
   $3y - 4x - 25 = 0$

2. Persamaan garis singgung pada lingkaran $x^2 + y^2 = 13$ yang melalui titik (3, −2) adalah....
   A. $2x - 3y = -13$
   B. $2x - 3y = 13$
   C. $3x - 2y = -14$
   D. $3x - 2y = 13$
   E. $3x + 2y = 15$

   Pembahasan
   Titik yang diberikan adalah (3, −2), dan belum diketahui posisinya pada lingkaran, apakah di dalam, di luar atau pada lingkaran. Cek terlebih dahulu, $(3, -2) \rightarrow x^2 + y^2 = 3^2 + (-2)^2 = 9 + 4 = 13$

Hasilnya ternyata sama dengan 13 juga, jadi titik (3, −2) merupakan titik singgung.
Seperti nomor 1:
$x_1x + y_1y = r^2$
$3x - 2y = 13$

3. Diberikan persamaan lingkaran L ≡ $x^2 + y^2 = 25$. Tentukan persamaan garis singgung pada lingkaran tersebut yang memiliki gradien sebesar 3.

Pembahasan
Menentukan persamaan garis singgung pada lingkaran yang pusatnya di (0, 0) dengan diketahui gradien garis singgungnya.
$y = mx \pm r\sqrt{m^2 + 1}$
$y = 3x \pm 5\sqrt{3^2 + 1}$
$y = 3x \pm 5\sqrt{10}$

4. Salah satu persamaan garis singgung lingkaran $x^2 + y^2 = 25$ yang tegak lurus garis $2y - x + 3 = 0$ adalah....
A. $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}\sqrt{5}$
B. $y = \frac{1}{2}x - \frac{5}{2}\sqrt{5}$
C. $y = 2x - 5$
D. $y = -2x + 5\sqrt{5}$
E. $y = 2x + 5$

Pembahasan
Garis $2y - x + 3 = 0$ memiliki gradien sebesar $\frac{1}{2}$. Garis lain yang tegak lurus dengan garis ini harus memiliki gradien − 2. Ingat pelajaran SMP 8, jika dua garis saling tegak lurus maka berlaku
$m_1 \cdot m_2 = -1$
Sehingga persamaan garis singgung di lingkaran $x^2 + y^2 = 25$ yang memiliki gradien −2 adalah:

$y = mx \pm r\sqrt{m^2 + 1}$
$y = -2x \pm 5\sqrt{(-2)^2 + 1}$
$y = -2x \pm 5\sqrt{5}$
Jadi persamaan garis singgungnya bisa y = −2x + 5√5 bisa juga y = −2x − 5√5, pilih yang ada.

5. Diberikan persamaan lingkaran:
$L \equiv (x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 25$
Tentukan persamaan garis singgung lingkaran dengan titik singgung pada (5, 1).

Pembahasan
Persamaan garis singgung pada lingkaran:
$L \equiv (x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$
pada titik singgung (x_1, y_1)

$$\boxed{(x_1 - a)(x - a) + (y_1 - b)(y - b) = r^2}$$

dengan a = 2 dan b = −3 dan $r^2 = 25$ maka persamaan garisnya
$(x_1 - a)(x - a) + (y_1 - b)(y - b) = r^2$
$(5 - 2)(x - 2) + (1 - [-3])(y - [-3]) = 25$
$3(x - 2) + 4(y + 3) = 25$
$3x - 6 + 4y + 12 = 25$
$3x + 4y + 12 - 6 - 25 = 0$
$3x + 4y - 19 = 0$

6. Diberikan persamaan lingkaran:
$L \equiv (x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 25$
Tentukan persamaan garis singgung pada lingkaran tersebut yang sejajar dengan garis y = 2x + 3.

Pembahasan
Garis singgung pada lingkaran dengan pusat (a, b) diketahui gradien m

$$\boxed{y - b = m(x - a) \pm r\sqrt{1 + m^2}}$$

Garis singgung yang diminta sejajar dengan garis y = 2x + 3 sehingga gradiennya sama yaitu 2.

$$y - b = m(x - a) \pm r\sqrt{1 + m^2}$$
$$y + 3 = 2(x - 2) \pm 5\sqrt{1 + 2^2}$$
$$y + 3 = 2x - 4 \pm 5\sqrt{5}$$
$$y = 2x - 7 \pm 5\sqrt{5}$$

7. Persamaan garis singgung pada lingkaran $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 220 = 0$ yang sejajar dengan garis 5 y + 12x + 8 = 0 adalah...
   A. 12 x + 5y − 197 = 0 dan 12x + 5y + 195 = 0
   B. 12 x + 5y + 197 = 0 dan 12x + 5y − 195 = 0
   C. 5 x + 12y + 197 = 0 dan 5x + 12y + 195 = 0
   D. 5x + 12y − 197 = 0 dan 5x + 12y − 195 = 0
   E. 12 x − 5y − 197 = 0 dan 12x − 5y + 195 = 0

Pembahasan

Lingkaran $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 220 = 0$ memiliki pusat:

$$P(a, b)$$
$$= \left(-\frac{1}{2}A, -\frac{1}{2}B\right)$$
$$= (1, -2)$$

dan jari-jari

$$r = \sqrt{\frac{A^2}{4} + \frac{B^2}{4} - C}$$
$$r = \sqrt{\frac{(-2)^2}{4} + \frac{4^2}{4} + 220}$$
$$r = \sqrt{1 + 4 + 220} = 15$$

Gradien garis singgungnya sejajar dengan 5 y + 12x + 8 = 0, jadi gradiennya adalah −12/5.

Persamaannya:

$$\boxed{y - b = m(x - a) \pm r\sqrt{1 + m^2}}$$

$$y + 2 = -\frac{12}{5}(x - 1) \pm 15\sqrt{1 + \frac{144}{25}}$$

$$y + 2 = -\frac{12}{5}(x - 1) \pm 15\sqrt{\frac{25}{25} + \frac{144}{25}}$$

$$y + 2 = -\frac{12}{5}(x - 1) \pm 15\sqrt{\frac{169}{25}}$$

$$y + 2 = -\frac{12}{5}(x - 1) \pm 15 \cdot \frac{13}{5}$$

$$5(y + 2) = -12(x - 1) \pm 15 \cdot 13$$

$$5y + 10 = -12x + 12 \pm 195$$

$$12x + 5y - 2 = \pm 195$$

Sehingga dua buah garis singgungnya masing-masing adalah

$12x + 5y - 2 = 195$ $\quad$ $12x + 5y - 2 = -195$

$12x + 5y - 197 = 0$ $\quad$ $12x + 5y + 193 = 0$

8. Persamaan garis singgung lingkaran $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 20 = 0$ di titik (5, 3) adalah....
   A. $3x - 4y + 27 = 0$
   B. $3x + 4y - 27 = 0$
   C. $3x + 4y - 27 = 0$
   D. $7x + 4y - 17 = 0$
   E. $7x + 4y - 17 = 0$

Pembahasan

Titik singgung : (x_1, y_1)

pada lingkaran : $L \equiv x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$

Rumus garis singgungnya:

$$x_1x + y_1y + A\left(\frac{x_1 + x}{2}\right) + B\left(\frac{y_1 + y}{2}\right) + C = 0$$

Data:
$x^2 + y^2 - 4x + 2y - 20 = 0$
Titik (5, 3)
A = −4
B = 2
C = − 20
$x_1 = 5$
$y_1 = 3$
Garis singgungnya:

$$5x + 3y - 4\left(\frac{5 + x}{2}\right) + 2\left(\frac{3 + y}{2}\right) - 20 = 0$$
$$5x + 3y - 10 - 2x + 3 + y - 20 = 0$$
$$3x + 4y - 27 = 0$$

9. Persamaan garis singgung lingkaran $x^2 + y^2 - 6x + 4y - 12 = 0$ di titik (7, 1) adalah….
A. $3x - 4y - 41 = 0$
B. $4x + 3y - 55 = 0$
C. $4x - 5y - 53 = 0$
D. $4x + 3y - 31 = 0$
E. $4x - 3y - 40 = 0$

Pembahasan
Data soal:
$L \equiv x^2 + y^2 - 6x + 4y - 12 = 0$
A = −6
B = 4
C = − 12
(7, 1)
$x_1 = 7$
$y_1 = 1$

Rumus sebelumnya, diperoleh garis singgung lingkaran:

$$x_1x + y_1y + A\left(\frac{x_1 + x}{2}\right) + B\left(\frac{y_1 + y}{2}\right) + C = 0$$

$$7x + y - 6\left(\frac{7 + x}{2}\right) + 4\left(\frac{1 + y}{2}\right) - 12 = 0$$

$$7x + y - 21 - 3x + 2 + 2y - 12 = 0$$

$$4x + 3y - 31 = 0$$

10. Lingkaran L ≡ $(x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 9$ memotong garis y = 3. Garis singgung lingkaran yang melalui titik potong antara lingkaran dan garis tersebut adalah...
A. x = 2 dan x = − 4
B. x = 2 dan x = − 2
C. x = − 2 dan x = 4
D. x = − 2 dan x = − 4
E. x = 8 dan x = − 10

Pembahasan
Data soal:
Polanya:
L ≡ $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$
Pusatnya (a, b)
L ≡ $(x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 9$
a = −1
b = 3
y = 3 memotong lingkaran ini, masukkan nilai y ke persamaan, ketemu nilai x, dengan demikian titik-titik singgungnya akan diketahui.
$(x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 9$
$(x + 1)^2 + (3 - 3)^2 = 9$
$(x + 1)^2 + 0 = 9$
$(x + 1)^2 = 9$
$(x + 1) = \pm 3$

x + 1 = 3	x + 1 = −3
x = 2	x = −4

Titik singgungnya: (−4, 3) dan (2, 3)

$$\boxed{(x_1 - a)(x - a) + (y_1 - b)(y - b) = r^2}$$

Untuk titik singgung (x_1, y_1) = (−4, 3) dengan pusatnya tadi (a, b) = (−1, 3)

$$(-4+1)(x+1)+(3-3)(y-3)=9$$
$$-3x-3=9$$
$$-3x=12$$
$$x=-4$$

Untuk titik singgung (x_1, y_1) = (2, 3) dengan pusatnya tadi (a, b) = (−1, 3)

$$(2+1)(x+1)+(3-3)(y-3)=9$$
$$3x+3=9$$
$$3x=6$$
$$x=2$$

RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN

Nama Sekolah : MAN Sidoarjo
Mata Pelajaran : Matematika
Kelas / Semester : XI / 1
Materi Pembelajaran : Persamaan Lingkaran
Alokasi Waktu : 3 pertemuan (6JP@45 menit)

A. Kompetensi Inti

1. Menghargai dan menghayati ajaran agama yang dianutnya
2. Menghargai dan menghayati perilaku jujur, disiplin, tanggung jawab, peduli (toleransi, gotong-royong), santun, percaya diri, dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam dalam jangkauan pergaulan dan keberadaannya
3. Memahami ,menerapkan, dan menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural, dan metakognitif berdasarkan rasa ingintahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah
4. Mengolah, menalar, dan menyaji dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri, bertindak secara efektif dan kreatif, serta mampu menggunakan metoda sesuai kaidah keilmuan

B. Kompetensi Dasar dan Indikator Pencapaian Kompetensi

NO.	Kompetensi Dasar	Indikator Pencapaian Kompetensi
3.	3.3 Menganalisis lingkaran secara analitik	3.4.1 Menentukan konsep persamaan lingkaran berpusat di (0,0) dan (a,b) melalui

		pemecahan masalah otentik. 3.4.2 Menemukan persamaan garis singgung yang melalui suatu titik pada lingkaran. 3.4.3 Menemukan persamaan garis singgung yang gradiennya diketahui.
4.	4.3 Menyelesakan masalah yang terkait dengan lingkaran	4.4.1 Berkolaborasi memecahkan masalah aktual dengan pola interaksi sosial kultur dalam menentukan persamaan garis singgung pada lingkaran dengan menggunakan diskriminan. 4.4.2 Berfikir tingkat tinggi (berfikir kritis, krestif) dalam menyelidiki dan mengaplikasikan konsep lingkaran dalam memecahkan masalah otentik.

C. Tujuan Pembelajaran

Setelah mengikuti serangkaian kegiatan pembelajaran, peserta didik dapat :

1) Menentukan konsep persamaan lingkaran berpusat di (0,0) dan (a,b) melalui pemecahan masalah otentik.

2) Menemukan persamaan garis singgung yang melalui suatu titik pada lingkaran.
3) Menemukan persamaan garis singgung yang gradiennya diketahui.
4) Berkolaborasi memecahkan masalah aktual dengan pola interaksi sosial kultur dalam menentukan persamaan garis singgung pada lingkaran dengan menggunakan diskriminan.
5) Berfikir tingkat tinggi (berfikir kritis, krestif) dalam menyelidiki dan mengaplikasikan konsep lingkaran dalam memecahkan masalah otentik.

D. Materi Pembelajaran

Pertemuan ke-1

Lingkaran

- **Pengertian lingkaran**

  Lingkaran adalah tempat keudukan titik-titik yang berjarak sama terhadap sebuah titik tetentu. Jarak yang sama disebut jari-jari (r) dan titik tertentu disebut pusat lingkaran (O).

- **Persamaan lingkaran**
  - **Persamaan lingkaran yang berpusat di titik-titik O (0,0) dan berjari-jari r**

    Sebuah lingkaran dengan pusat di titik O (0,0) dan berjari-jari r memiliki persamaan berikut.

    $$x^2 + y^2 = r^2$$

  - **Persamaan lingkaran yang berpusat di P (a,b) an berjari-jari r**

    Lingkaran yang berpusat di sebarang titik P (a,b) dan berjari-jari r memiliki persamaan berikut.

    $$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

  - **Persamaan umum lingkaran**

    Bentuk persamaan umum lingkaran dapat ditulis sebagai berikut.

    $$x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$$

    Dengan :

Pusat → $P = \left(-\frac{1}{2}A, -\frac{1}{2}B\right)$ dan jari-jari (r):

$$r = \sqrt{\left(-\frac{1}{2}A\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}B\right)^2 - C}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{4}A^2 + \frac{1}{4}B^2 - C}$$

Pertemuan ke-2

- **Kedudukan lingkaran**
  - **Titik terhadap lingkaran**

    Kedudukan titik M (p,q) terhadap lingkaran $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$:

    a. Titik M (p,q) di dalam lingkaran $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ jika $(p-a)^2 + (q-b)^2 < r^2$

    b. Titik M (p,q) terletak pada ligkaran $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ jika $(p-a)^2 + (q-b)^2 = r^2$

    c. Titik M (p,q) di luar lingkaran $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ jika $(p-a)^2 + (q-b)^2 > r^2$
  - **Garis terhadap lingkaran**

    Kedudukan garis $y = mx + c$ terhadap lingkaran $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$:

    a) Memotong lingkaran jika D > 0

    b) Menyinggung lingkaran jika D = 0

    c) Tidak menyinggung dan tidak memotong lingkaran jika D < 0

Pertemuan ke-3

- **Persamaan garis singgung lingkaran**
  - **Persamaan garis singgung lingkaran yang melalui suatu titik (x_1, y_1) pada lingkaran**

    a. Lingkaran berpusat di O (0,0) dan berjari-jari r

$$xx_1 + yy_1 = r^2$$

b. Lingkran berpusat di P (a,b) dan berjari-jari r

$$(x-a)(x_1-a)+(y-b)(y_1-b)=r^2$$

- **Persamaan garis singgung lingkaran dengan gradien m**

a. Lingkaran berpusat di O (0,0) an berjari-jari r

$$y=mx\pm r\sqrt{1+m^2}$$

b. Lingkaran berpusat di P (a,b) dan berjari-jari r

$$y-b=m(x-a)\pm r\sqrt{1+m^2}$$

Catatan :

(1) $m_1=m_2$, jika m_1 sejajar dengan m_2

(2) $m_1.m_2=-1$, jika m_1 tegak lurus dengan m_2

(3) $m=tan\,\theta$, jika mempunyai sudut θ

- **Lingkaran berpusat di P (a,b) menyinggung garis**

Jika lingkaran yang berpusat di P (a,b) menyinggung garis $x_1x+y_1y+z_1=0$, maka jari-jari lingkaran tersebut adalah

$$r=\left|\frac{ax_1+by_1+z_1}{\sqrt{x_1^2+y_1^2}}\right|$$

E. Metode Pembelajaran

Model pembelajaran : NHT (*Numbered Head Together*)
Pendekatan : Pendekatan saintifik
Metode : Ceramah, diskusi, pemberian tugas, dan pemecahan masalah

F. Sumber Belajar

Alat : Papan tulis, spidol, penggaris dan penghapus papan tulis

Media : PPT
Sumber Belajar : LKS, Buku paket dan refereansi lainnya

G. Langkah-langkah Kegiatan Pebelajaran

Petemuan ke-1

TAHAP PEMBELAJARAN	KEGIATAN PEMBELAJARAN	WAKTU
Pendahuluan	• **Fase 1 : menyampaikan tujuan dan mempersiapkan peserta didik** Dimulai dengan berdoa, mengecek kehadiran, dan menyiapkan peserta didik untuk mengikuti pembelajaran. a. Motivasi : Materi ini bermanfaat untuk menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan masalah persamaan lingkaran. b. Menyampaikan tujuan pembelajaran yang akan dicapai. c. Menyampaikan langkah-langkah pembelajaan NHT	15 menit
Inti	• **Fase 2 : menyajikan**	65 menit

	informasi a. Guru menyampaikan informasi awal yang berkaitan dengan persamaan lingkaran • **Fase 3 : mengorganisir peserta didik dalam tim-tim belajar** b. Guru membagi siswa dalam sebuah kelompok kecil yang beranggotakan 3-5 siswa. Kelompok terdiri dari siswa yang memiliki kemampuan heterogen. Hal ini bertujuan agar siswa saling membantu dalam mengembangkan kemampuan saat diskusi. Setelah terbetuk kelompok selanjutnya guru memberi nomor kepada masing-masing siswa dalam setiapkelompok dan serta	

	memberikan nama kelompok yang berlainan. • **Fase 4 : membantu kerja tim dan belajar** c. Guru memberikan tugas dan masing-masing kelompok mengerjakannya. d. Kelompok mendiskusikan jawaban yang benar dan memastikan tiap anggota kelompok dapat mengerjakannya atau mengetahui jawabannya. • **Fase 5 : mengevaluasi** e. guru menyebutkan sebuah nomor kepada para siswa. Bagi para siswa dari setiap kelompok yang nomornya sama seperti yang disebutkan oleh guru, mereka diharuskan mengangkat tangan dan dipersilakan untuk menjelaskan hasil diskusi	

	kelompoknya. f. Siswa yang nomornya tidak disebutkan diinstruksikan untuk memberikan tanggapan atas jawaban dari kelompok lain. g. Guru dan siswa bersama-sama menyimpulkan hasil akhir jawaban yang benar dari pertanyaan-pertanyaan yang diberikan oleh guru. Pastikan siswa faham dan mereka tahu letak kesalahan-kesalahan atas jawaban yang mereka hasilkan sebelumnya.	
Penutup	• **Fase 6 : memberikan pengakuan atau penghargaan** a. Memberikan skor kumulatif pada setiap kelompok dan memberi penghargaan kepada kelompok yang mendapatkan nilai terbaik.	10 menit

	b. Guru memberikan tugas (PR) soal tentang persamaan lingkaran. c. Menginformasikan kepada peserta didik mengenai materi pada pertemuan selanjutnya	

Pertemuan ke-2

TAHAP PEMBELAJARAN	KEGIATAN PEMBELAJARAN	WAKTU
Pendahuluan	• **Fase 1 : menyampaikan tujuan dan mempersiapkan peserta didik** Dimulai dengan berdoa, mengecek kehadiran, dan menyiapkan peserta didik untuk mengikuti pembelajaran. a. Motivasi : Materi ini bermanfaat untuk menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan masalah kedudukan lingkaran. b. Menyampaikan tujuan pembelajaran	15 menit

	yang akan dicapai. c. Menyampaikan langkah-langkah pembelajaan NHT	
Inti	• **Fase 2 : menyajikan informasi** a. Guru menyampaikan informasi awal yang berkaitan dengan kedudukan lingkaran • **Fase 3 : mengorganisir peserta didik dalam tim-tim belajar** b. Guru membagi siswa dalam sebuah kelompok kecil yang beranggotakan 3-5 siswa. Kelompok terdiri dari siswa yang memiliki kemampuan heterogen. Hal ini bertujuan agar siswa saling membantu dalam mengembangkan kemampuan saat diskusi. Setelah terbetuk kelompok selanjutnya guru memberi nomor	65 menit

	kepada masing-masing siswa dalam setiap kelompok dan serta memberikan nama kelompok yang berlainan. • **Fase 4 : membantu kerja tim dan belajar** c. Guru memberikan tugas dan masing-masing kelompok mengerjakannya. d. Kelompok mendiskusikan jawaban yang benar dan memastikan tiap anggota kelompok dapat mengerjakannya atau mengetahui jawabannya. • **Fase 5 : mengevaluasi** e. guru menyebutkan sebuah nomor kepada para siswa. Bagi para siswa dari setiap kelompok yang nomornya sama seperti yang disebutkan oleh guru, mereka diharuskan mengangkat	

	tangan dan dipersilakan untuk menjelaskan hasil diskusi kelompoknya. f. Siswa yang nomornya tidak disebutkan diinstruksikan untuk memberikan tanggapan atas jawaban dari kelompok lain. g. Guru dan siswa bersama-sama menyimpulkan hasil akhir jawaban yang benar dari pertanyaan-pertanyaan yang diberikan oleh guru. Pastikan siswa faham dan mereka tahu letak kesalahan-kesalahan atas jawaban yang mereka hasilkan sebelumnya.	
Penutup	• **Fase 6 : memberikan pengakuan atau penghargaan** a. Memberikan skor kumulatif pada setiap kelompok dan memberi	10 menit

	penghargaan kepada kelompok yang mendapatkan nilai terbaik. b. Guru memberikan tugas (PR) soal tentang kedudukan lingkaran. c. Menginformasikan kepada peserta didik mengenai materi pada pertemuan selanjutnya	

Pertemuan ke-3

TAHAP PEMBELAJARAN	KEGIATAN PEMBELAJARAN	WAKTU
Pendahuluan	• **Fase 1 : menyampaikan tujuan dan mempersiapkan peserta didik** Dimulai dengan berdoa, mengecek kehadiran, dan menyiapkan peserta didik untuk mengikuti pembelajaran. a. Motivasi : Materi ini bermanfaat untuk menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan masalah	15 menit

	persamaan garis singgung lingkaran. b. Menyampaikan tujuan pembelajaran yang akan dicapai. c. Menyampaikan langkah-langkah pembelajaan NHT	
Inti	• **Fase 2 : menyajikan informasi** a. Guru menyampaikan informasi awal yang berkaitan dengan persamaan garis singgung lingkaran • **Fase 3 : mengorganisir peserta didik dalam tim-tim belajar** b. Guru membagi siswa dalam sebuah kelompok kecil yang beranggotakan 3-5 siswa. Kelompok terdiri dari siswa yang memiliki kemampuan heterogen. Hal ini bertujuan agar siswa saling membantu dalam mengembangkan	65 menit

	kemampuan saat diskusi. Setelah terbetuk kelompok selanjutnya guru memberi nomor kepada masing-masing siswa dalam setiap kelompok dan serta memberikan nama kelompok yang berlainan. • **Fase 4 : membantu kerja tim dan belajar** c. Guru memberikan tugas dan masing-masing kelompok mengerjakannya. d. Kelompok mendiskusikan jawaban yang benar dan memastikan tiap anggota kelompok dapat mengerjakannya atau mengetahui jawabannya. • **Fase 5 : mengevaluasi** e. guru menyebutkan sebuah nomor kepada para siswa. Bagi para siswa dari setiap kelompok yang	

	nomornya sama seperti yang disebutkan oleh guru, mereka diharuskan mengangkat tangan dan dipersilakan untuk menjelaskan hasil diskusi kelompoknya. f. Siswa yang nomornya tidak disebutkan diinstruksikan untuk memberikan tanggapan atas jawaban dari kelompok lain. g. Guru dan siswa bersama-sama menyimpulkan hasil akhir jawaban yang benar dari pertanyaan-pertanyaan yang diberikan oleh guru. Pastikan siswa faham dan mereka tahu letak kesalahan-kesalahan atas jawaban yang mereka hasilkan sebelumnya.	
Penutup	• **Fase 6 : memberikan pengakuan atau penghargaan**	10 menit

	a. Memberikan skor kumulatif pada setiap kelompok dan memberi penghargaan kepada kelompok yang mendapatkan nilai terbaik. b. Guru memberikan tugas (PR) soal tentang persamaan garis singgung lingkaran. c. Menginformasikan kepada peserta didik mengenai materi pada pertemuan selanjutnya	

H. Penilaian

Teknik : Observasi, angket dan tes tulis

Bentuk instrumen : Lembar observasi, lembar angket dan tes uraian

Instrumen : (terlampir)

Kisi-kisi penilaian : (terlampir)

Sidoarjo, 10 Oktober 2018

Mengetahui
Guru Pamong

Dra. Nurul Qomariyah
NIP : 196501241994032001

Guru Praktikan

Ika Novita Wahyu Kinasih
Nim : 155500111

Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD)

Nama Anggota :
1. .....
2. .....
3. .....
4. .....
5. .....

Mata Pelajaran : Matematika Peminatan
Bab/Materi : III/Lingkaran
Waktu : 45 menit

kerjakan soal dibawah ini.

1. Tuliskan koordinat titik pusat lingkaran dan jari-jari r dari persamaan lingkaran berikut :
   a. $(x+5)^2+(y-6)^2=49$
   b. $x^2+y^2=49$
   c. $x^2+y^2-6x-8y+20=0$
2. Jika (a,b) dan r berturut-turut adalah pusat dan jari-jari lingkaran $(x-2)^2+(y+4)^2=9$, maka nilai $a^2+b^2-(r^2-ab)$ adalah ...
3. Persamaan lingkaran yang berpusat pada titik potong garis $x-y-1=0$ dan garis $x+y-3=0$ serta menyinggung garis $3x+4y-35=0$ adalah ...
4. Tentukan persamaan garis singgung lingkaran dibawah ini :
   a. $x^2+y^2=10$ di titik (-3,-1)
   b. $x^2+y^2=450$ di titik ordinat 15
   c. $(x+2)^2+(y-3)^2=25$ di titik (2,6)
5. Persamaan garis singgung lingkaran $x^2+y^2=25$ dengan gradien -2 adalah ...

RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN

Nama Sekolah : MAN Sidoarjo
Mata Pelajaran : Matematika
Kelas / Semester : XI / 1
Materi Pembelajaran : Persamaan Lingkaran
Alokasi Waktu : 3 pertemuan (6JP@45 menit)

A. Kompetensi Inti

1. Menghargai dan menghayati ajaran agama yang dianutnya
2. Menghargai dan menghayati perilaku jujur, disiplin, tanggung jawab, peduli (toleransi, gotong-royong), santun, percaya diri, dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam dalam jangkauan pergaulan dan keberadaannya
3. Memahami ,menerapkan, dan menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural, dan metakognitif berdasarkan rasa ingintahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah
4. Mengolah, menalar, dan menyaji dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri, bertindak secara efektif dan kreatif, serta mampu menggunakan metoda sesuai kaidah keilmuan

B Kompetensi Dasar dan Indikator Pencapaian Kompetensi

NO.	Kompetensi Dasar	Indikator Pencapaian Kompetensi
3.	3.4 Menganalisis lingkaran secara analitik	3.4.3 Menentukan konsep persamaan lingkaran berpusat di (0,0) dan (a,b) melalui pemecahan

		masalah otentik. 3.4.4 Menemukan persamaan garis singgung yang melalui suatu titik pada lingkaran. 3.4.5 Menemukan persamaan garis singgung yang gradiennya diketahui.
4.	4.4 Menyelesakan masalah yang terkait dengan lingkaran	4.3.1 Berkolaborasi memecahkan masalah aktual dengan pola interaksi sosial kultur dalam menentukan persamaan garis singgung pada lingkaran dengan menggunakan diskriminan. 4.3.2 Berfikir tingkat tinggi (berfikir kritis, krestif) dalam menyelidiki dan mengaplikasikan konsep lingkaran dalam memecahkan masalah otentik.

C. Tujuan Pembelajaran

Setelah mengikuti serangkaian kegiatan pembelajaran, peserta didik dapat :

1) Menentukan konsep persamaan lingkaran berpusat di (0,0) dan (a,b) melalui pemecahan masalah otentik.
2) Menemukan persamaan garis singgung yang melalui suatu titik pada lingkaran.
3) Menemukan persamaan garis singgung yang gradiennya diketahui.
4) Berkolaborasi memecahkan masalah aktual dengan pola interaksi sosial kultur dalam menentukan persamaan garis singgung pada lingkaran dengan menggunakan diskriminan.

5) Berfikir tingkat tinggi (berfikir kritis, krestif) dalam menyelidiki dan mengaplikasikan konsep lingkaran dalam memecahkan masalah otentik.

D. Materi Pembelajaran

Pertemuan ke-1

Lingkaran

- **Pengertian lingkaran**

  Lingkaran adalah tempat keudukan titik-titik yang berjarak sama terhadap sebuah titik tetentu. Jarak yang sama disebut jari-jari (r) dan titik tertentu disebut pusat lingkaran (O).

- **Persamaan lingkaran**
  - **Persamaan lingkaran yang berpusat di titik-titik O (0,0) dan berjari-jari r**

    Sebuah lingkaran dengan pusat di titik O (0,0) dan berjari-jari r memiliki persamaan berikut.

    $$x^2 + y^2 = r^2$$

  - **Persamaan lingkaran yang berpusat di P (a,b) an berjari-jari r**

    Lingkaran yang berpusat di sebarang titik P (a,b) dan berjari-jari r memiliki persamaan berikut.

    $$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

  - **Persamaan umum lingkaran**

    Bentuk persamaan umum lingkaran dapat ditulis sebagai berikut.

    $$x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$$

    Dengan :

    Pusat → $P = \left(-\frac{1}{2}A, -\frac{1}{2}B\right)$ dan jari-jari (r):

    $$r = \sqrt{\left(-\frac{1}{2}A\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}B\right)^2 - C}$$

    $$= \sqrt{\frac{1}{4}A^2 + \frac{1}{4}B^2 - C}$$

Pertemuan ke-2

- **Kedudukan lingkaran**
  - **Titik terhadap lingkaran**

    Kedudukan titik M (p,q) terhadap lingkaran $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$:

    d. Titik M (p,q) di dalam lingkaran $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ jika $(p-a)^2+(q-b)^2<r^2$

    e. Titik M (p,q) terletak pada ligkaran $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ jika $(p-a)^2+(q-b)^2=r^2$

    f. Titik M (p,q) di luar lingkaran $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ jika $(p-a)^2+(q-b)^2>r^2$
  - **Garis terhadap lingkaran**

    Kedudukan garis $y=mx+c$ terhadap lingkaran $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$:

    d) Memotong lingkaran jika D > 0

    e) Menyinggung lingkaran jika D = 0

    f) Tidak menyinggung dan tidak memotong lingkaran jika D < 0

Pertemuan ke-3

- **Persamaan garis singgung lingkaran**
  - **Persamaan garis singgung lingkaran yang melalui suatu titik (x_1, y_1) pada lingkaran**

    c. Lingkaran berpusat di O (0,0) dan berjari-jari r

    $$xx_1+yy_1=r^2$$

    d. Lingkran berpusat di P (a,b) dan berjari-jari r

    $$(x-a)(x_1-a)+(y-b)(y_1-b)=r^2$$
  - **Persamaan garis singgung lingkaran dengan gradien m**

    c. Lingkaran berpusat di O (0,0) an berjari-jari r

$$y = mx \pm r\sqrt{1 + m^2}$$

d. Lingkaran berpusat di P (a,b) dan berjari-jari r

$$y - b = m(x - a) \pm r\sqrt{1 + m^2}$$

Catatan :

(4) $m_1 = m_2$, jika m_1 sejajar dengan m_2

(5) $m_1 . m_2 = -1$, jika m_1 tegak lurus dengan m_2

(6) $m = tan\ \theta$, jika mempunyai sudut θ

- **Lingkaran berpusat di P (a,b) menyinggung garis**

  Jika lingkaran yang berpusat di P (a,b) menyinggung garis $x_1x + y_1y + z_1 = 0$, maka jari-jari lingkaran tersebut adalah

$$r = \left| \frac{ax_1 + by_1 + z_1}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2}} \right|$$

E. Metode Pembelajaran

Model pembelajaran : *Make a Match*

Pendekatan : Pendekatan saintifik

Metode : Ceramah, diskusi, pemberian tugas, dan pemecahan masalah

F. Sumber Belajar

Alat : Papan tulis, spidol, penggaris dan penghapus papan tulis

Media : PPT

Sumber belajar : Buku paket dan referensi lainnya

G. Langkah-langkah Kegiatan Pebelajaran

Petemuan ke-1

TAHAP PEMBELAJARAN	KEGIATAN PEMBELAJARAN	WAKTU
Pendahuluan	• **Fase 1 : menyampaikan**	15 menit

	tujuan dan mempersiapkan peserta didik Dimulai dengan berdoa, mengecek kehadiran, dan menyiapkan peserta didik untuk mengikuti pembelajaran. d. Motivasi : Materi ini bermanfaat untuk menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan masalah persamaan lingkaran. e. Menyampaikan tujuan pembelajaran yang akan dicapai. f. Menyampaikan langkah-langkah pembelajaan *Make a Match*	
Inti	• **Fase 2 : menyajikan informasi** h. Guru menyampaikan informasi awal yang berkaitan dengan persamaan lingkaran • **Fase 3 : mengorganisir peserta didik dalam tim-tim belajar** i. Guru menyiapkan beberapa kartu yang berisi beberapa konsep yang cocok untuk review, satu	65 menit

	bagian kartu soal dan bagian lainnya kartu jawaban. j. Siswa dibagi menjadi 2 kelompok, kelompok 1 mendapat kartu soal dan kelompok 2 mendapat kartu jawaban. • **Fase 4 : membantu kerja tim dan belajar** k. Siswa yang suah mendapatkan kartu memikirkan jawaban/soal dari kartu yang didapatkannya. l. Siswa mencari pasangan yang mempunyai kartu yang cocok dengan kartunya (kartu soal/kartu jawaban). m. Jika siswa tidak bisa mencocokan kartu yang tepat atau tidak menemukan kartu yang cocok sebelum batas waktu yang ditetapkan, maka siswa bersangkutan akan mendapat hukuman berdasarkan kesepakatan bersama. • **Fase 5 : mengevaluasi** n. Guru bersama siswa	

	sama-sama membuat kesimpulan dari hasil kecocokan kartu.	
Penutup	• **Fase 6 : memberikan pengakuan atau penghargaan** d. Siswa yang dapat mencocokkan kartunya sebelum batas waktu diberi poin. e. Guru memberikan tugas (PR) soal tentang persamaan lingkaran. f. Menginformasikan kepada peserta didik mengenai materi pada pertemuan selanjutnya	10 menit

Pertemuan ke-2

TAHAP PEMBELAJARAN	**KEGIATAN PEMBELAJARAN**	**WAKTU**
Pendahuluan	• **Fase 1 : menyampaikan tujuan dan mempersiapkan peserta didik** Dimulai dengan berdoa, mengecek kehadiran, dan menyiapkan peserta didik untuk mengikuti pembelajaran. d. Motivasi : Materi ini bermanfaat untuk menyelesaikan masalah yang	15 menit

	berkaitan dengan masalah kedudukan lingkaran. e. Menyampaikan tujuan pembelajaran yang akan dicapai. f. Menyampaikan langkah-langkah pembelajaan *Make a Match*	
Inti	• **Fase 2 : menyajikan informasi** a. Guru menyampaikan informasi awal yang berkaitan dengan kedudukan lingkaran • **Fase 3 : mengorganisir peserta didik dalam tim-tim belajar** b. Guru menyiapkan beberapa kartu yang berisi beberapa konsep yang cocok untuk review, satu bagian kartu soal dan bagian lainnya kartu jawaban. c. Siswa dibagi menjadi 2 kelompok, kelompok 1 mendapat kartu soal dan kelompok 2 mendapat kartu jawaban. • **Fase 4 : membantu kerja tim dan belajar** d. Siswa yang suah mendapatkan kartu memikirkan	65 menit

	jawaban/soal dari kartu yang didapatkannya. e. Siswa mencari pasangan yang mempunyai kartu yang cocok dengan kartunya (kartu soal/kartu jawaban). f. Jika siswa tidak bisa mencocokan kartu yang tepat atau tidak menemukan kartu yang cocok sebelum batas waktu yang ditetapkan, maka siswa bersangkutan akan mendapat hukuman berdasarkan kesepakatan bersama. • **Fase 5 : mengevaluasi** g. Guru bersama siswa sama-sama membuat kesimpulan dari hasil kecocokan kartu.	
Penutup	• **Fase 6 : memberikan pengakuan atau penghargaan** a. Siswa yang dapat mencocokkan kartunya sebelum batas waktu diberi poin. b. Guru memberikan tugas (PR) soal tentang kedudukan lingkaran.	10 menit

	c. Menginformasikan kepada peserta didik mengenai materi pada pertemuan selanjutnya	

Pertemuan ke-3

TAHAP PEMBELAJARAN	KEGIATAN PEMBELAJARAN	WAKTU
Pendahuluan	• **Fase 1 : menyampaikan tujuan dan mempersiapkan peserta didik** Dimulai dengan berdoa, mengecek kehadiran, dan menyiapkan peserta didik untuk mengikuti pembelajaran. d. Motivasi : Materi ini bermanfaat untuk menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan masalah persamaan garis singgung lingkaran. e. Menyampaikan tujuan pembelajaran yang akan dicapai. f. Menyampaikan langkah-langkah pembelajaan *Make a Match*	15 menit
Inti	• **Fase 2 : menyajikan informasi** a. Guru menyampaikan informasi awal yang	65 menit

	berkaitan dengan persamaan garis singgung lingkaran • **Fase 3 : mengorganisir peserta didik dalam tim-tim belajar** b. Guru menyiapkan beberapa kartu yang berisi beberapa konsep yang cocok untuk review, satu bagian kartu soal dan bagian lainnya kartu jawaban. c. Siswa dibagi menjadi 2 kelompok, kelompok 1 mendapat kartu soal dan kelompok 2 mendapat kartu jawaban. • **Fase 4 : membantu kerja tim dan belajar** d. Siswa yang suah mendapatkan kartu memikirkan jawaban/soal dari kartu yang didapatkannya. e. Siswa mencari pasangan yang mempunyai kartu yang cocok dengan kartunya (kartu soal/kartu jawaban). f. Jika siswa tidak bisa mencocokan kartu	

	yang tepat atau tidak menemukan kartu yang cocok sebelum batas waktu yang ditetapkan, maka siswa bersangkutan akan mendapat hukuman berdasarkan kesepakatan bersama. • **Fase 5 : mengevaluasi** g. Guru bersama siswa sama-sama membuat kesimpulan dari hasil kecocokan kartu.	
Penutup	• **Fase 6 : memberikan pengakuan atau penghargaan** a. Siswa yang dapat mencocokkan kartunya sebelum batas waktu diberi poin. b. Guru memberikan tugas (PR) soal tentang persamaan garis singgung lingkaran. c. Menginformasikan kepada peserta didik mengenai materi pada pertemuan selanjutnya	10 menit

H. Penilaian

Teknik : Observasi, angket dan tes tulis

Bentuk instrumen : Lembar observasi, lembar angket dan tes uraian

Instrumen : (terlampir)

Kisi-kisi penilaian : (terlampir)

Sidoarjo, 10 Oktober 2018

Mengetahui
Guru Pamong

Dra. Nurul Qomariyah
NIP : 196501241994032001

Guru Praktikan

Ika Novita Wahyu Kinasih
Nim : 155500111

Lembar angket

ANGKET KEAKTIFAN BELAJAR SISWA

Nama :
No.Absen :
Kelas :
Petunjuk pengisisan :

1. Berilah tanda centang (√) pada pendapat yang kalian anggap paling tepat.
2. Isilah angket ini sesuai dengan keadaan kalian yang sebenarnya.

Keterangan :
SS : Sangat Setuju
S : Setuju
TS : Tidak Setuju
STS : Sangat Tidak Setuju

No.	Petanyaan	SS	S	TS	STS
1.	Saya memperhatikan guru yang sedang menjelaskan materi pelajaran di depan kelas.				
2.	Saya akan bertanya bila tidak mengerti.				
3.	Saya merasa tidak perlu mendengarkan penjelasan dari guru.				
4.	Sesudah pelajaran, saya membuat ringkasan atau rangkuman tentang materi yang saya dapatkan.				
5.	Saya tertarik untuk menyelesaikan masalah-masalah yang diberikan guru.				
6.	Saya tidak membaca materi bila tidak diminta oleh guru.				
7.	Saya mampu mengemukakan ide saya di kelas.				
8.	Mengerjakan soal membuat saya				

	lebih mengerti materi pelajaran yang saya dapat.				
9.	Saya tetap diam walaupun saya kurang mengerti materi yang diterangkan oleh guru.				
10.	Saya berani bila guru meminta saya untuk tampil di depan kelas.				
11.	Saya tidak mendengarkan presentasi teman di depan kelas.				
12.	Saya mencatat hal-hal penting ketika mencari materi pelajaran.				
13.	Saya mendengarkan presentasi teman di depan kelas.				
14.	Saya malas atau jenuh dalam kegiatan presentasi.				
15.	Saya malas membaca kembali materi yang telah di dapat.				
16.	Saya mampu memecahkan soal ketika mencari materi pelajaran.				
17.	Saya menunggu penjelasan dari guru saja dalam memecahkan soal.				
18.	Saya menganalisis permasalahan yang muncul dengan materi yang didapatkan.				
19.	Saya mengisi buku catatan dengan coret-coretan/tulisan yang tidak ada hubungannya dengan pelajaran Matematika.				
20.	Saya tertarik dengan presentasi yang di lakukan oleh teman.				
21.	Saya merasa bosan dalam kegiatan pembelajaran kelompok				
22.	Saya mampu memecahkan permasalahan yang diberikan guru dalam pembelajaran kelompok.				
23.	Saya berani mengungkapkan				

	pendapat dalam kelompok.				
24.	Saya cenderung diam dalam pembelajaran kelompok.				
25.	Saya merasa senang dalam pembelajaran kelompok.				

Lampiran 11 Instrumen Tes Hasil Belajar

KARTU SOAL

Jenjang Sekolah : SMA
Kelas : XI MIA
Semester : 1

Indikator		Soal	No.Soal
3.3.1	Menentukan konsep persamaan lingkaran berpusat di (0,0) dan (a,b) melalui pemecahan masalah otentik. (20%)	Tentukan persamaan lingkaran jika diketahui : a. Pusat (-5,6) dan jari-jari = 7 b. Pusat (0,0) dan jari-jari = 50 c. Pusat (1,1) dan jari-jari = $\sqrt{2}$ d. Pusat (-3,4) dan jari-jari = 16 e. Pusat (0,0) dan jari-jari = 12	1
3.3.2	Menemukan persamaan garis singgung yang melalui suatu titik pada lingkaran.(20%)	Tentukan persamaan garis singgung lingkaran jika diketahui : a. $x^2 + y^2 = 169$ di titik yang berbasis -5 b. $x^2 + y^2 = 13$ di titik (3,-2) c. $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 25$ di titik (5,1) d. $x^2 + y^2 - 6x - 10y - 2 = 0$ di titik (9,5)	2
3.3.3	Menemukan persamaan garis singgung yang gradiennya diketahui.(20%)	Persamaan garis singgung lingkaran $x^2 + y^2 = 9$ dengan gradien $\sqrt{15}$ adalah ...	3

4.3.1	Berkolaborasi memecahkan masalah aktual dengan pola interaksi sosial kultur dalam menentukan persamaan garis singgung pada lingkaran dengan menggunakan diskriminan.(20%)	Suatu lingkaran dengan persamaan lingkaran $x^2 + y^2 - 4x + 3y - 20 = 0$ dapat ditentukan apakah suatu garis h dengan persamaan $y = 2x - 3$ tersebut tidak menyinggung, menyinggung, atau memotong lingkaran dengan menggunakan prisip diskriminan ?	4
4.3.2	Berfikir tingkat tinggi (berfikir kritis, krestif) dalam menyelidiki dan mengaplikasikan konsep lingkaran dalam memecahkan masalah otentik.(20%)	Suatu episentrum (titik pusat) dari suatu gempa terletak pada koordinat peta (3,7) dan gempa tersebut memiliki radius 36 km. a. Tulislah persamaan yang memodelkan jangkauan maksimum dari gempa tersebut. b. Gunakan rumus jarak untuk menentukan apakah seseorang yang memiliki lokasi di (33,25) merasakan gempa tersebut.	5

TABEL SPESIFIKASI

Nama Sekolah : MAN Sidoarjo
Kelas/Semester : XI/Ganjil
Mata Pelajaran : Matematika Peminatan
Materi : Persamaan Lingkaran

Indikator		Aspek			
		C1 Ingatan 20%	C2 Pemahaman 40%	C3 Aplikasi 40%	Jumlah
3.3.1	Menentukan konsep persamaan lingkaran berpusat di (0,0) dan (a,b) melalui pemecahan masalah otentik. (20%)	1	-	-	1
3.3.2	Menemukan persamaan garis singgung yang melalui suatu titik pada lingkaran.(20%)	-	1	-	1
3.3.3	Menemukan persamaan garis singgung yang gradiennya diketahui.(20%)	1	-	-	1
4.3.1	Berkolaborasi memecahkan masalah aktual dengan pola interaksi sosial kultur dalam menentukan persamaan garis singgung pada lingkaran dengan menggunakan diskriminan.(20%)	-	1	-	1
4.3.2	Berfikir tingkat tinggi (berfikir kritis, krestif) dalam menyelidiki dan mengaplikasikan konsep	-	-	1	1

lingkaran dalam memecahkan masalah otentik.(20%)				
Jumlah	2	2	1	5

SOAL PERSAMAAN LINGKARAN

Mata Pelajaran : Matematika Peminatan
Bab/Materi : III/Persamaan Lingkaran
Waktu : 45 menit

PETUNJUK

1. Berdoalah sebelum mengerjakan soal.
2. Jawablah pada lembar jawaban yang telah disediakan.
3. Selesaikan soal berikut dengan jelas.

SOAL

1. Tentukan persamaan lingkaran jika diketahui :
   a. Pusat (-5,6) dan jari-jari = 7
   b. Pusat (0,0) dan jari-jari = 50
   c. Pusat (1,1) dan jari-jari = $\sqrt{2}$
   d. Pusat (-3,4) dan jari-jari = 16
   e. Pusat (0,0) dan jari-jari = 12
2. Tentukan persamaan garis singgung lingkaran jika diketahui :
   a. $x^2 + y^2 = 169$ di titik yang berbasis -5
   b. $x^2 + y^2 = 13$ di titik (3,-2)
   c. $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 25$ di titik (5,1)
   d. $x^2 + y^2 - 6x - 10y - 2 = 0$ di titik (9,5)
3. Persamaan garis singgung lingkaran $x^2 + y^2 = 9$ dengan gradien $\sqrt{15}$ adalah ...
4. Suatu lingkaran dengan persamaan lingkaran $x^2 + y^2 - 4x + 3y - 20 = 0$dapat ditentukan apakah suatu garis h dengan persamaan $y = 2x - 3$ tersebut tidak menyinggung, menyinggung, atau memotong lingkaran dengan menggunakan prisip diskriminan ?
5. Suatu episentrum (titik pusat) dari suatu gempa terletak pada koordinat peta (3,7) dan gempa tersebut memiliki radius 36 km.
   a. Tulislah persamaan yang memodelkan jangkauan maksimum dari gempa tersebut.

b. Gunakan rumus jarak untuk menentukan apakah seseorang yang memiliki lokasi di (33,25) merasakan gempa tersebut.

"Satu perbedaan antara orang optimis dan pesimis. Mereka yang optimis tidak pernah mengeluh. Pesimis? Anda tahu jawabnya."

Lampiran 12 Kisi-Kisi Soal

FORMAT KISI-KISI PENULISAN SOAL

Jenis Sekolah : SMA Alokasi Waktu : 1 x 60’
Mata Pelajaran : Matematika Jumlah Soal : 5 butir
Kelas / Semester : XI / 1

Indikator	Indikator Soal	Sebaran Soal			No. Soal	Jumlah
		C_1	C_2	C_3		
3.3.1 Menentukan konsep persamaan lingkaran berpusat di (0,0) dan (a,b) melalui pemecahan masalah otentik. (20%)	Menentukan persamaan lingkaran	√			1	Uraian
3.3.2 Menemukan persamaan garis singgung yang melalui suatu titik pada lingkaran. (20%)	Menentukan persamaan garis singgung		√		2	Uraian
3.3.3 Menemukan persamaan garis singgung yang gradiennya diketahui.	Menentukan persamaan garis singgung yang diketahui graiennya	√			3	Uraian

	(20%)						
4.3.1	Berkolaborasi memecahkan masalah aktual dengan pola interaksi sosial kultur dalam menentukan persamaan garis singgung pada lingkaran dengan menggunakan diskriminan. (20%)	Memecahkan masalah dengan menentukan persamaan garis singgung yang menggunakan diskriminan		√		4	Uraian
4.3.2	Berfikir tingkat tinggi (berfikir kritis, krestif) dalam menyelidiki dan mengaplikasikan konsep lingkaran dalam memecahkan masalah	Menyelidiki dan mengaplikasikan lingkaran dalam memecahkan masalah			√	5	Uraian

otentik. (20%)						

Lampiran 13 Kunci Jawaban dan Pedoman Penskoran

RUBRIK PENILAIAN

No. Soal	Jawaban	Skor
1.	a. P (-5,6) ; r = 7 $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ $(x+5)^2+(y-6)^2=7^2$ $(x+5)^2+(y-6)^2=49$ b. P (0,0) ; r = 50 $x^2+y^2=r^2$ $x^2+y^2=50^2$ $x^2+y^2=2500$ c. P (1,1) ; r = $\sqrt{2}$ $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ $(x-1)^2+(y-1)^2=\left(\sqrt{2}\right)^2$ $(x-1)^2+(y-1)^2=2$ d. P (-3,4) ; r = 16 $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ $(x+3)^2+(y-4)^2=16^2$ $(x+3)^2+(y-4)^2=256$ e. P (0,0) ; r = 12 $x^2+y^2=r^2$ $x^2+y^2=12^2$ $x^2+y^2=144$	 1 skor 1 skor 2 skor 1 skor 1 skor 2 skor 1 skor 1 skor 2 skor 1 skor 1 skor 2 skor 1 skor 1 skor 2 skor
Sub Total		20 skor
2.	a. $x^2+y^2=169$; x = -5 $(-5)^2+y^2=169$	 1 skor

	$25 + y^2 = 169$ $y^2 = 169 - 25$ $y^2 = 144$ $y = \sqrt{144}$ $y = 12$ Maka : $x_1x + y_1y = 169$ $-5x + 12y = 169$ b. $x^2 + y^2 = 13$; $(3, -2)$ $x_1x + y_1y = 13$ $3x - 2y = 13$ c. $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 25$; $(5,1)$ $(x_1 - 2)(x - 2) + (y_1 + 3)(y + 3) = 25$ $(5 - 2)(x - 2) + (1 + 3)(y + 3) = 25$ $3(x - 2) + 4(y + 3) = 25$ $3x - 6 + 4y + 12 = 25$ $3x + 4y - 19 = 0$ d. $x^2 + y^2 - 6x - 10y - 2 = 0$; $(9,5)$ $x_1x + y_1y - \frac{6}{2}(x_1 + x) - \frac{10}{2}(y_1 + y) - 2 = 0$ $9x + 5y - 3(9 + x) - 5(5 + y) - 2 = 0$ $9x + 5y - 27 - 3x - 25 - y - 2 = 0$ $6x - 54 = 0$	1 skor 1 skor 2 skor 2 skor 3 skor 1 skor 1 skor 1 skor 1 skor 1 skor 2 skor 1 skor 1 skor 1 skor
Sub Total		20 skor
3.	$x^2 + y^2 = 9$; gradien m = $\sqrt{15}$ $y = mx \pm r\sqrt{m^2 + 1}$ $y = \sqrt{15}\,x \pm 3\sqrt{\left(\sqrt{15}\right)^2 + 1}$ $y = \sqrt{15}\,x \pm 3\sqrt{15 + 1}$	5 skor 3 skor 3 skor 2 skor 2 skor 5 skor

	$y = \sqrt{15}\,x \pm 3\sqrt{16}$ $y = \sqrt{15}\,x \pm 3\,.\,4$ $y = \sqrt{15}\,x \pm 12$	
Sub Total		20 skor
4.	$x^2 + y^2 - 4x + 3y - 20 = 0$ Garis h : $y = 2x - 3$ $x^2 + (2x-3)^2 - 4x + 3(2x-3) - 20 = 0$ $x^2 + 4x^2 - 12x + 9 - 4x + 6x - 9 - 20 = 0$ $5x^2 - 10x - 20 = 0$ Sehingga : $D = b^2 - 4ac$ $D = (-10)^2 - 4\,.\,5\,(-20)$ $D = 100 + 400$ $D = 500$ Jadi, $D > 0$ sehingga garis h memotong lingkaran	3 skor 2 skor 2 skor 3 skor 2 skor 2 skor 2 skor 4 skor
Sub Total		20 skor
5.	a. P (3,7) ; r = 36 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ $(x-3)^2 + (y-7)^2 = 36^2$ $(x-3)^2 + (y-7)^2 = 1296$ b. $(x_1, y_1) = (3,7)$; $(x_2, y_2) = (33,25)$ $d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$ $d = \sqrt{(3-33)^2 + (7-25)^2}$ $d = \sqrt{30^2 + 18^2}$ $d = \sqrt{900 + 324}$ $d = \sqrt{1224} \approx 34{,}99$ Karena d = 34,99 < 36, maka orang tersebut akan merasakan dampak dari gempa bumi tersebut.	2 skor 3 skor 5 skor 2 skor 3 skor 5 skor

Sub Total		20 skor
Total		100

Nilai Akhir = Jawaban Benar × 20 poin

Lampiran 14 Tabel Angket Kelas Eksperimen I

No. Responden	Nomer Butir Angket																									Jumlah
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
1	3	4	3	3	3	2	3	4	4	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	4	4	3	3	4	80
2	4	4	3	3	3	3	4	4	3	4	3	3	4	3	3	3	2	4	3	3	3	3	3	3	4	82
3	3	4	4	3	3	3	3	4	3	4	3	4	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	4	81
4	4	3	3	3	3	3	3	3	2	3	3	3	3	3	3	3	2	3	3	3	3	3	3	3	3	74
5	4	4	4	3	3	4	3	3	4	4	4	4	3	4	4	4	2	4	4	3	4	3	4	3	4	90
6	3	3	4	3	3	3	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	75
7	3	3	4	3	3	3	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	75
8	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	2	3	3	3	3	2	3	2	3	3	3	1	70
9	4	4	3	3	3	2	2	4	3	3	3	4	4	3	3	3	1	3	3	3	2	2	3	3	3	74
10	4	4	4	4	3	3	4	4	4	4	4	4	4	2	3	3	3	3	4	3	3	3	4	4	3	88
11	4	4	4	3	3	3	4	3	3	4	4	3	4	4	3	3	2	3	3	4	4	3	4	4	4	87
12	4	3	4	3	3	3	3	4	3	3	4	3	3	3	3	3	3	3	3	3	2	2	3	3	3	77
13	4	4	4	3	3	2	3	4	3	3	3	3	3	3	3	3	2	3	2	3	2	3	4	3	2	75
14	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	2	3	3	4	3	3	3	3	3	75
15	3	3	3	3	3	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	74
16	4	3	3	2	4	3	3	3	3	2	2	3	3	3	3	3	2	3	3	3	2	3	3	2	3	71
17	4	3	4	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	2	3	3	2	3	3	3	3	3	75
18	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	2	3	3	3	3	3	3	74
19	3	4	4	3	3	3	3	4	3	3	3	4	3	3	3	3	3	3	4	3	4	3	4	4	4	84
20	4	3	3	3	3	2	3	4	4	4	3	4	3	2	3	4	3	3	4	3	3	3	3	3	4	81
21	3	3	3	3	4	1	3	2	3	3	4	4	3	2	2	3	1	3	4	4	2	2	4	3	2	71
22	4	3	4	3	3	2	2	4	4	3	3	3	3	3	3	3	2	3	3	3	2	3	3	3	3	75
23	3	3	4	3	3	3	3	4	4	4	3	3	4	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	4	3	81
24	3	3	3	3	3	3	4	3	3	3	3	4	3	3	4	3	3	3	4	3	3	3	3	4	4	81
25	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	75
26	4	3	4	3	3	3	3	4	3	3	3	3	3	3	2	3	2	2	3	3	2	2	3	3	3	73
27	3	3	4	3	2	3	3	4	3	3	3	3	3	1	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	74
28	4	3	4	4	3	3	3	3	2	2	4	3	3	3	3	4	1	3	2	4	3	3	4	4	4	79
29	4	3	4	4	3	4	3	4	3	3	4	4	4	4	4	3	3	3	4	3	4	3	4	4	3	89
30	4	3	4	2	4	3	3	4	3	3	3	4	3	0	3	4	1	4	3	2	4	3	3	2	4	76
31	4	4	4	3	3	3	3	4	3	3	3	3	3	3	2	3	3	3	3	3	3	3	4	3	4	80

32	4	4	4	3	3	3	3	3	4	4	4	3	3	4	4	3	3	3	4	3	3	3	4	4	4	87
33	4	3	4	3	3	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	0	3	3	4	3	2	3	3	3	4	74
34	4	4	4	4	3	3	3	4	3	3	4	4	4	4	3	3	4	3	4	3	4	3	4	4	4	90
35	3	3	4	3	3	3	3	4	3	3	3	3	4	2	3	3	3	3	4	3	3	3	3	3	4	79
36	4	4	3	3	4	2	3	4	4	4	3	4	3	2	3	4	3	3	4	3	3	4	4	3	4	85
37	4	4	4	3	3	3	3	4	3	3	4	4	3	4	3	3	4	3	4	3	4	3	3	4	3	86
38	4	4	4	3	3	4	3	3	4	4	4	4	3	4	4	4	2	4	4	3	4	3	4	3	4	90
Jumlah																										3007

No. Responden	Nomer Butir Angket																									Jumlah
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
1	3	3	2	2	3	3	3	3	3	3	2	3	2	3	2	3	2	3	3	2	3	3	3	3	3	68
2	4	3	4	2	3	2	2	3	4	3	3	3	3	3	3	3	1	3	4	2	2	3	2	2	2	69
3	4	4	4	4	3	3	3	4	3	3	4	4	3	1	4	3	3	4	1	4	4	4	4	4	4	86
4	4	3	4	3	4	3	3	3	3	3	4	3	3	3	3	3	3	3	3	4	3	3	3	3	3	80
5	3	4	3	3	3	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	75
6	3	4	4	3	3	3	3	4	3	2	3	4	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	78
7	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	74
8	4	3	4	3	3	3	2	4	3	2	3	3	3	3	3	3	2	3	2	3	3	3	2	2	4	73
9	4	3	4	3	3	2	2	4	3	2	3	3	4	4	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	4	78
10	3	3	4	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	2	3	3	2	3	2	3	3	3	3	3	3	73
11	4	3	4	3	3	3	3	3	3	3	3	4	3	4	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	79
12	4	3	4	3	3	3	3	4	4	3	4	3	4	4	3	3	3	3	4	3	4	4	3	4	3	86
13	4	3	4	3	3	3	3	4	3	2	3	4	3	4	4	3	2	3	3	3	3	3	3	3	3	79
14	4	3	4	3	3	2	3	3	2	3	4	4	3	3	3	3	2	3	2	3	3	3	3	3	4	76
15	4	4	4	3	3	3	3	3	3	3	4	3	3	3	3	3	3	3	4	3	3	3	3	3	3	80
16	4	3	4	3	3	2	3	4	1	3	4	3	3	3	2	3	2	3	3	3	4	3	3	3	4	76
17	3	3	3	3	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	2	3	3	3	0	3	3	3	3	70
18	3	3	4	2	3	2	3	3	3	3	3	3	3	2	3	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	71
19	3	2	3	3	3	3	3	3	2	3	3	4	4	4	3	3	2	2	4	4	4	4	4	4	4	81
20	4	4	4	3	3	3	3	3	2	3	3	4	4	4	4	3	3	3	2	3	3	3	3	2	3	79
21	3	3	3	2	2	2	3	3	2	2	3	3	3	2	3	3	2	3	3	2	3	3	3	3	3	67
22	3	3	3	2	3	3	0	3	2	3	3	2	3	3	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	65
23	4	4	4	3	3	3	3	4	3	3	3	4	3	2	3	3	2	3	3	3	3	3	3	3	4	79
24	4	4	4	3	3	4	3	3	4	4	4	4	3	1	4	3	4	3	2	3	4	3	3	4	4	85
25	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	74
26	3	3	3	3	3	2	3	2	3	3	4	3	3	2	2	2	2	3	3	3	4	3	4	4	4	74
27	4	4	4	4	3	3	4	4	4	4	4	4	4	3	3	3	3	3	4	3	2	4	4	4	3	89

28	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	4	3	3	2	3	3	3	4	3	3	3	3	76
29	3	3	3	3	3	3	3	3	3	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	2	3	73
30	3	3	3	3	3	3	3	3	3	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	2	3	73
31	3	3	3	3	3	3	3	3	2	2	3	3	3	3	2	3	3	3	2	3	3	2	2	3	2	68
32	3	3	3	3	3	2	2	3	3	3	3	3	3	2	3	3	3	4	3	3	3	3	3	3	3	73
33	4	4	4	3	3	3	3	3	3	3	4	3	3	3	3	3	3	3	4	3	3	3	3	3	3	80
34	3	3	4	3	3	2	2	3	3	2	3	3	3	3	3	2	3	2	2	3	3	3	3	3	3	70
35	3	3	4	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	1	3	3	2	1	3	3	3	3	4	2	4	72
36	3	3	3	3	2	3	3	3	3	3	3	3	3	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	72
37	3	4	4	3	3	3	3	3	4	3	3	4	3	2	3	3	1	3	3	3	4	4	3	4	3	79
Jumlah																										2801

Lampiran 16 Lembar Observasi Kelas Eksperimen I

LEMBAR OBSERVASI INSTRUMEN KEAKTIFAN BELAJAR SISWA MENGGUNAKAN MODEL PEMBELAJARAN KOOPERATIF TIPE NHT (*NUMBERED HEAD TOGETHER*)

NAMA OBSERVER : Agustilia Ito Fernando
PERTEMUAN : 1
HARI/TANGGAL OBSERVASI : Selasa / 23 Oktober 2018

Petunjuk pengisian lembar observasi

Isilah setiap kolom dengan tanda checklist (√) jika siswa melakukan indikator aktitifitas yang tercantum atau beri tanda (-) jika siswa tidak melakukan indikator aktifitas yang tercantum.

No.	Nama siswa	Indikator aktifitas belajar siswa									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
		Memperhatikan guru yang sedang menjelaskan	Memperhatikan saat teman presentasi	Memprthatikan saat guru mengajukan pertanyaan	Mencatat materi penting yang disampaikan oleh guru	Berinteraksi dengan baik saat berkelompok	Dapat menjawab pertanyaan	Kerjasama yang baik saat berkelompok	Penguasan materi yang baik saat presentasi	Keberanian mengemukakan pendapat	Antusian mengikuti pelajaran
1.	Responden 1	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
2.	Responden 2	✓	✓	✓	✓	✓		✓	✓		✓
3.	Responden 3	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
4.	Responden 4	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓		✓	✓
5.	Responden 5	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓		✓	✓
6.	Responden 6	✓	✓		✓	✓			✓		✓
7.	Responden 7	✓	✓	✓	✓	✓			✓		✓

8.	Responden 8	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
9.	Responden 9	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
10.	Responden 10	✓	✓	✓	✓	✓					✓
11.	Responden 11				✓				✓	✓	
12.	Responden 12	✓	✓			✓		✓	✓	✓	✓
13.	Responden 13						✓	✓	✓	✓	
14.	Responden 14	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓			✓
15.	Responden 15	✓	✓	✓		✓	✓			✓	✓
16.	Responden 16		✓	✓	✓	✓		✓	✓	✓	
17.	Responden 17	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
18.	Responden 18	✓	✓	✓	✓	✓					✓
19.	Responden 19			✓					✓	✓	
20.	Responden 20	✓	✓	✓	✓	✓		✓	✓	✓	✓
21.	Responden 21	✓	✓		✓	✓		✓	✓	✓	✓
22.	Responden 22			✓	✓		✓				
23.	Responden 23			✓	✓		✓			✓	
24.	Responden 24			✓			✓			✓	
25.	Responden 25	✓	✓	✓	✓	✓		✓	✓		✓
26.	Responden 26	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
27.	Responden 27	✓	✓	✓	✓	✓	✓			✓	✓
28.	Responden 28	✓	✓	✓	✓	✓				✓	✓

29.	Responden 29			✓						✓	
30.	Responden 30	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
31.	Responden 31	✓	✓			✓				✓	✓
32.	Responden 32	✓	✓	✓	✓	✓				✓	✓
33.	Responden 33	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
34.	Responden 34	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
35.	Responden 35			✓	✓				✓	✓	
36.	Responden 36						✓				
37.	Responden 37	✓	✓		✓	✓	✓			✓	✓
38.	Responden 38	✓	✓		✓	✓				✓	✓

Sidoarjo, 23 Oktober 2018

Observer

Agustilia Ike Fernanda

LEMBAR OBSERVASI INSTRUMEN KEAKTIFAN BELAJAR SISWA MENGGUNAKAN MODEL PEMBELAJARAN KOOPERATIF TIPE NHT (*NUMBERED HEAD TOGETHER*)

NAMA OBSERVER : Agustilia Ike Pernanda
PERTEMUAN : 2
HARI/TANGGAL OBSERVASI : Sabtu / 27 Oktober 2018

Petunjuk pengisian lembar observasi

Isilah setiap kolom dengan tanda checklist (√) jika siswa melakukan indikator aktitifitas yang tercantum atau beri tanda (-) jika siswa tidak melakukan indikator aktifitas yang tercantum.

No.	Nama siswa	Indikator aktifitas belajar siswa									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
		Memperhatikan guru yang sedang menjelaskan	Memperhatikan saat teman presentasi	Memprthatikan saat guru mengajukan pertanyaan	Mencatat materi penting yang disampaikan oleh guru	Berinteraksi dengan baik saat berkelompok	Dapat menjawab pertanyaan	Kerjasama yang baik saat berkelompok	Pengusaan materi yang baik saat presentasi	Keberanian mengemukakan pendapat	Antusian mengikuti pelajaran
1.	Responden 1	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
2.	Responden 2	✓	✓	✓	✓	✓		✓	✓		✓
3.	Responden 3	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
4.	Responden 4	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓		✓	✓
5.	Responden 5	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓		✓	✓
6.	Responden 6	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
7.	Responden 7	✓	✓	✓	✓	✓		✓	✓	✓	✓

8.	Responden 8	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
9.	Responden 9	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
10.	Responden 10	✓	✓	✓	✓	✓	✓				✓
11.	Responden 11	✓	✓	✓	✓	✓	✓		✓	✓	✓
12.	Responden 12	✓	✓	✓	✓	✓		✓	✓	✓	✓
13.	Responden 13	✓			✓		✓	✓	✓	✓	✓
14.	Responden 14	✓		✓	✓		✓	✓			✓
15.	Responden 15	✓			✓		✓			✓	✓
16.	Responden 16	✓		✓	✓			✓	✓	✓	✓
17.	Responden 17	✓		✓	✓		✓	✓	✓	✓	✓
18.	Responden 18	✓	✓		✓	✓	✓				✓
19.	Responden 19	✓	✓	✓	✓	✓	✓		✓	✓	✓
20.	Responden 20	✓	✓	✓	✓	✓		✓	✓	✓	✓
21.	Responden 21	✓	✓		✓	✓		✓	✓	✓	✓
22.	Responden 22	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓			✓
23.	Responden 23	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓		✓	✓
24.	Responden 24		✓		✓	✓	✓	✓		✓	
25.	Responden 25	✓	✓	✓	✓	✓		✓	✓		✓
26.	Responden 26	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
27.	Responden 27	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
28.	Responden 28	✓	✓	✓	✓	✓			✓	✓	✓

29	Responden 29	✓	✓	✓	✓	✓				✓	✓
30.	Responden 30	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
31.	Responden 31	✓	✓		✓	✓	✓	✓		✓	✓
32.	Responden 32	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓		✓	✓
33.	Responden 33	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
34.	Responden 34	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
35.	Responden 35	✓	✓	✓	✓	✓			✓	✓	✓
36.	Responden 36			✓	✓		✓	✓	✓		
37.	Responden 37	✓	✓		✓	✓	✓	✓		✓	✓
38.	Responden 38	✓	✓		✓	✓				✓	✓

Sidoarjo, 27 Oktober 2018

Observer

Agustilia Ike Fernanda

Lampiran 17 Lembar Observasi Kelas Eksperimen II

LEMBAR OBSERVASI INSTRUMEN KEAKTIFAN BELAJAR SISWA MENGGUNAKAN MODEL PEMBELAJARAN KOOPERATIF TIPE *MAKE A MATCH*

NAMA OBSERVER : Wahyu Putri Sugiarti
PERTEMUAN : 2
HARI/TANGGAL OBSERVASI : 27 Oktober 2018

Petunjuk pengisian lembar observasi

Isilah setiap kolom dengan tanda checklist (√) jika siswa melakukan indikator aktitifitas yang tercantum atau beri tanda (-) jika siswa tidak melakukan indikator aktifitas yang tercantum.

No.	Nama siswa	Indikator aktifitas belajar siswa									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
		Memperhatikan guru yang sedang menjelaskan	Memperhatikan saat teman presentasi	Memprthatikan saat guru mengajukan pertanyaan	Mencatat materi penting yang disampaikan oleh guru	Berinteraksi dengan baik saat berkelompok	Dapat menjawab pertanyaan	Kerjasama yang baik saat berkelompok	Pengusaan materi yang baik saat presentasi	Keberanian mengemukakan pendapat	Antusian mengikuti pelajaran
1.	Responden 1	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
2.	Responden 2	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
3.	Responden 3	✓	✓	✓	✓		✓	✓	✓	✓	✓
4.	Responden 4	✓		✓	✓	✓		✓	✓		✓
5.	Responden 5	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
6.	Responden 6	✓	✓	✓	✓	✓	✓		✓	✓	✓

7.	Responden 7	✓		✓	✓	✓		✓	✓	✓	✓
8.	Responden 8		✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	
9.	Responden 9		✓	✓	✓	✓		✓	✓	✓	
10.	Responden 10	✓	✓		✓		✓	✓		✓	✓
11.	Responden 11	✓	✓	✓	✓	✓		✓	✓	✓	✓
12.	Responden 12	✓		✓	✓	✓	✓	✓	✓		✓
13.	Responden 13		✓	✓	✓		✓	✓	✓	✓	
14.	Responden 14	✓	✓	✓	✓	✓		✓	✓	✓	✓
15.	Responden 15		✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
16.	Responden 16	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓		✓	
17.	Responden 17	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
18.	Responden 18	✓		✓	✓	✓	✓	✓			✓
19.	Responden 19	✓	✓	✓	✓	✓			✓	✓	✓
20.	Responden 20	✓	✓	✓	✓		✓	✓			✓
21.	Responden 21	✓		✓	✓	✓	✓			✓	✓
22.	Responden 22	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓		✓	✓
23.	Responden 23		✓	✓	✓	✓		✓	✓	✓	
24.	Responden 24	✓	✓	✓	✓			✓			✓
25.	Responden 25	✓	✓	✓	✓	✓		✓	✓	✓	✓
26.	Responden 26	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓			✓

29.	Responden 29	✓		✓	✓	✓	✓		✓	✓	✓
30.	Responden 30	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
31.	Responden 31			✓	✓		✓				
32.	Responden 32		✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓		
33.	Responden 33			✓	✓			✓			
34.	Responden 34	✓	✓		✓	✓	✓		✓	✓	✓
35.	Responden 35	✓	✓		✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
36.	Responden 36	✓		✓	✓	✓	✓	✓			✓
37.	Responden 37	✓			✓	✓	✓				✓

Sidoarjo, 23 Oktober 2018

Observer

Wahyu Putri Sugiarti

LEMBAR OBSERVASI INSTRUMEN KEAKTIFAN BELAJAR SISWA MENGGUNAKAN MODEL PEMBELAJARAN KOOPERATIF TIPE *MAKE A MATCH*

NAMA OBSERVER : Wahyu Putri Sugiarti
PERTEMUAN : 1
HARI/TANGGAL OBSERVASI : 23 Oktober 2018

Petunjuk pengisian lembar observasi

Isilah setiap kolom dengan tanda checklist (√) jika siswa melakukan indikator aktitifitas yang tercantum atau beri tanda (-) jika siswa tidak melakukan indikator aktifitas yang tercantum.

No.	Nama siswa	Indikator aktifitas belajar siswa									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
		Memperhatikan guru yang sedang menjelaskan	Memperhatikan saat teman presentasi	Memprthatikan saat guru mengajukan pertanyaan	Mencatat materi penting yang disampaikan oleh guru	Berinteraksi dengan baik saat berkelompok	Dapat menjawab pertanyaan	Kerjasama yang baik saat berkelompok	Pengusaan materi yang baik saat presentasi	Keberanian mengemukakan pendapat	Antusian mengikuti pelajaran
1.	Responden 1	✓	✓		✓	✓	✓	✓			✓
2.	Responden 2	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
3.	Responden 3	✓	✓	✓	✓		✓	✓	✓	✓	✓
4.	Responden 4	✓		✓	✓	✓					✓
5.	Responden 5	✓	✓	✓		✓	✓	✓	✓	✓	✓
6.	Responden 6	✓	✓	✓	✓	✓	✓		✓	✓	✓
7.	Responden 7	✓			✓			✓			✓

8.	Responden 8		✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	
9.	Responden 9				✓	✓					
10.	Responden 10	✓			✓		✓	✓			✓
11.	Responden 11	✓	✓	✓	✓	✓		✓	✓	✓	✓
12.	Responden 12	✓		✓	✓	✓	✓	✓			✓
13.	Responden 13			✓			✓	✓			
14.	Responden 14	✓	✓	✓	✓	✓		✓	✓	✓	✓
15.	Responden 15		✓	✓	✓	✓	✓		✓	✓	
16.	Responden 16			✓	✓	✓	✓				
17.	Responden 17	✓	✓		✓		✓		✓	✓	✓
18.	Responden 18	✓		✓	✓	✓	✓	✓			✓
19.	Responden 19	✓	✓	✓	✓	✓		✓	✓	✓	✓
20.	Responden 20	✓		✓	✓			✓			✓
21.	Responden 21			✓	✓	✓					✓
22.	Responden 22		✓	✓	✓	✓	✓	✓			
23.	Responden 23		✓	✓	✓	✓		✓	✓	✓	
24.	Responden 24			✓	✓			✓			
25.	Responden 25	✓	✓	✓	✓	✓		✓	✓		✓
26.	Responden 26	✓	✓	✓	✓	✓	✓				✓
27.	Responden 27	✓	✓		✓	✓		✓			✓
28.	Responden 28	✓	✓		✓						✓

27.	Responden 27	✓	✓	✓	✓	✓		✓		✓	✓
28.	Responden 28	✓	✓	✓	✓						✓
29.	Responden 29	✓	✓	✓	✓	✓	✓		✓	✓	✓
30.	Responden 30	✓		✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
31.	Responden 31	[redacted]	✓	✓	✓		✓			✓	[redacted]
32.	Responden 32	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
33.	Responden 33	✓		✓	✓	✓		✓		✓	
34.	Responden 34	✓	✓	✓	✓	✓	✓		✓	✓	✓
35.	Responden 35	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
36.	Responden 36	✓		✓	✓	✓	✓	✓	✓		✓
37.	Responden 37	✓			✓	✓	✓		✓	✓	✓

Sidoarjo, 27 Oktober 2018

Observer,

Wahyu Putri Sugiarti

Lampiran 18 Daftar Nama Kelas Eksperimen I

No.	Nama
1	ALBERT SURYA DIFANDA
2	ALHAFIZ SABIAN NUFUS
3	AKIFFIYAH JOSI NUR AZIZA
4	ALYA TSAABITAH SALSABILA WIBOWO
5	AMALIA DHIAUL HAQ
6	ANA KHOIRUL UMMAH
7	ANDINY VISKA PUSPYTASARI
8	ANDISA GITA VISTIANTI
9	AYU SOFI
10	DIZA NIR AINI
11	ERMA MAYA ARIFAH
12	FARA FATATI RAHMAWATI
13	FARAH NUR FAUSTINA
14	FRIDA NOVITA PUTRI RAMADHANI
15	HUMAIROH NUR SOFIYAH
16	HUSNUL KHOTIMAH
17	MOCH. ALDYANSYAH
18	MOCHAMAD ULIL NOHAFAH LEVIANNUR
19	MOH. AFIFUDIN
20	MOHAMMAD FANANI
21	MUCHAMMAD IBNU SHIINA AL MUSYAAWI
22	MUFIDHATUS SANIYAH
23	MUHAMMAD ALFI RACHMAN
24	MUKAMMAD DWI SANTOSO
25	MUHAMMAD HARIS FIRMANSYAH
26	NABILAH NI'MATUL FAIZA
27	NANDA ALIFIYAH BRILIYANTINA
28	NOUFAL FARRAS DAFFA
29	NUR RACHMA ARYANI

30	REYHAN LAZUARDY SATRIYO
31	SHELLA ISLAMAY HANAN
32	SILVIA AMANDA
33	SINTA WINNIARTA
34	SINTA WULANDARI
35	SITI ELIS FARIDHOTUL LAILY
36	SYIVA EARLY RAHMAYANI
37	TARA JANUAR ABWINA TASSA
38	TASYA EGALITA SHIFA SALSABILA

Lampiran 19 Daftar Nama Kelas Eksperimen II

No.	Nama
1	ADELIA P.
2	AHMAD ADIL LATIF
3	ALISYA A.
4	ALVI ZAHRO ANNISA
5	AMIRUDIN FAJAR
6	ANDIVA M SAFITRI
7	ANGGI CAHYA
8	ARINATUS SHOFIFAH
9	BERLIANA RASYIDA
10	CHAWTICHE B.
11	DHEA AMANDA
12	DIMITRY FEBRI DAMAYANTI
13	DIVA SALASA ANASTASIA
14	INTAN YULIANA
15	MAR'IE A.A.
16	MARIO DWI PRASETYO
17	M. ALIEF NUGROHO P.L
18	M. ALIFIANITO P.
19	M. MIRZA FIRDAUS A.
20	M. AZIZIL ALIM
21	M. ARDHIANSYAH
22	M. ICHSAN ARSYG
23	NAHAH NA'ILAH R
24	NATASYA RISKA DEWANTI
25	NAUFALI ALIF ER MUBAROK
26	NURJIHAN NABILAHSARI
27	OCTAVIANI DWI HARIYANTI
28	PUTRI AMELIA
29	RAFIF SATRIA MAHARDIKA

30	REVI MAULIDA
31	SALSABILA AULIYA A.
32	SALSABIYLA FIRDAUSI
33	SETYO ABI HERLAMBANG
34	SYARTI CHASNA A
35	THORIQ AQIL
36	W. SEPTIANI DEWI UNWANAH
37	WIDIANTI SELSABILAH

Lampiran 20 Lembar Kartu Make a Match

KARTU SOAL

Bagaimana cara mencari pusat dan jari-jari lingkaran jika diketahui persamaan lingkaran $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$

KARTU JAWABAN

$P = \left(-\frac{1}{2}A, -\frac{1}{2}B\right)$ dan

$r = \sqrt{\left(-\frac{1}{2}A\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}B\right)^2 - C}$

KARTU SOAL

Jika diketahui persamaan lingkaran $x^2 + y^2 = 16$, tentukan pusat dan jari-jarinya?

KARTU JAWABAN

Pusat O (0,0) dan r = 4

KARTU SOAL

Bentuk persamaan lingkaran yang berpusat di titik O (0,0) dan berjari-jari r yaitu ...

KARTU JAWABAN

$x^2 + y^2 = r^2$

KARTU SOAL

Bentuk persamaan umum lingkaran yaitu ..

KARTU JAWABAN

$x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$

KARTU SOAL

Bentuk persamaan lingkaran yang berpusar di P (a,b) dan berjari-jari r yaitu ...

KARTU JAWABAN

$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$

KARTU SOAL

Persamaan lingkaran yang berpusat O (0,0) dan melalui titik (3,-1) adalah ...

KARTU JAWABAN

$x^2 + y^2 = 10$

KARTU SOAL

Tentukan pusat lingkaran dari $3x^2 + 3y^2 - 4x + 6y + 12 = 0$

KARTU JAWABAN

$$pusat = \left(\frac{2}{3}, -1\right)$$

KARTU SOAL

Jika titik (-5,k) terletak pada lingkaran $x^2 + y^2 + 2x - 5y - 21 = 0$, maka nilai k adalah ...

KARTU JAWABAN

$k = 6\ atau\ k = -1$

KARTU SOAL

Tentukan pusat dan jari-jari lingkaran $(x - 3)^2 + (y - 7)^2 = 9$

KARTU JAWABAN

Pusat di (3,7) dan jari-jari di $r = \sqrt{9} = 3$

Matrik Penelitian Kuantitatif

Judul : Perbedaan Model Pembelajaran Kooperatif Tipe NHT dan Tipe *Make a Match* terhadap Keaktifan dan HasilBelajar Siswa Kelas XI Materi Lingkaran

No.	Rumusan Masalah	Konsep	Variabel	Indikator Variabel	Hipotesis	Metode Penelitian			Daftar Pustaka
						Populasi Sampel	Teknik Pengumpulan Data	Teknik Analisis Data	
1.	Apakah ada perbedaan penggunaan model pembelajaran kooperatif tipe NHT (*Numbered Head Together*) dan	proses belajar mengajar di kelas 1) model pembelajaran NHT • gu	• Variabel bebas : model pembelajaran kooperatif tipe NHT	1) Model pembelajaran NHT • Meningkatkan	Ada perbedaan model pembelajaran kooperatif tipe NHT (*Numbered Head Together*) dan tipe *make a match* terhadap keaktifan dan hasil	• Populasi : seluruh siswa kelas XI MAN BUDURAN SID	• Angket dan observasi untuk keaktifan siswa • Tes untuk hasil belajar siswa	• Analisis Uji-t $t_{hitung} = \frac{\overline{X_A}-\overline{X_B}}{\sqrt{S_G^2\left(\frac{1}{n_A}+\frac{1}{n_B}\right)}}$ Dengan : $S_G^2 =$	Afriyani, Yulia. 2015. *Pengaruh Model Kooperatif Tipe Make a Match terhadap Hasil Belajar Matematika Siswa*

	tipe *Make a Match* terhadap keaktifan?	ru menjelaskan • membagi kel	dan tipe *Make a Match* • Variabel terikat : keaktifan dan hasil belajar matematika siswa	keaktifan dan hasil belajar 2) Model pembelajaran *Make a Match*	belajar matematika siswa.	OARJO • Sampel : sampel yang diambil sebanyak 2 kelas, yaitu kelas XI MIA-05 dan kelas XI MIA-06		$\frac{(n_A-1)S_A^2+(n_B}{n_A+n_B-}$ Keterangan : $\overline{X_A}$ = Rata-rata sampel kelompok A $\overline{X_B}$ = Rata-rata sampel kelompok B S_G^2 = Simpangan baku	*Kelas VII SMP Negeri 9 Lubuklinggau.* Jurnal. Sekolah Tinggi Keguruan dan Ilmu Pendidikan Persatuan Guru Republik Indonesia Lubuklinggau. (http://
2.	Apakah ada perbedaan penggunaan model pembelajaran kooperatif tipe NHT (*Numbered Head Together*) dan tipe *Make a*								

	Match terhadap hasil belajar?	o m p o k d a n m e m b e r i n o m o r p a		• M e n i n g k a t k a n k e a k t i f a n d a n h a s i l b e l		dari seluruh kelas XI MAN BUDURAN SIDOARJO		gabungan n_A = Banyak data sampel kelompok A n_B = Banyak data sampel kelompok B	mahasiswa.mipastkiplg.com). diakses tanggal 02 Juli 2018. Arikunto, Suharsimi. 2013. *Prosedur Penelitian Suatu Pendekatan Praktik*. Jakarta: PT Rinoka

		da setiap siswa • guru membe		ajar 3) Keaktifan siswa • Visual • Lisan • Menulis • Mendeng					Arikunto, Suharsimi. 2013. *Dasar-Dasar Evaluasi Pendidikan*. Jakarta : Paragonatama Jaya Fathurrohman, Muhammad. 2015. *Model-Model Pembelajaran Inovatif*

		ri tugas untuk setiap kelo		ar kan • Emosional 4) Hasil belajar • Tes yang berupa					. Jogjakarta : Ar-Ruzz Media. Hamzah, Ali dan Muhlisrarini. 2014. *Perencanaan dan Strategi Pembelajaran Matematika*. Jakarta : PT Raja Grafindo Persada

		• mpokguru memanggil nomor		*post-test*					. Huda, Miftahul. 2012. *Model-Model Pengajaran dan Pembelajaran.* Yogyakarta : Pustaka Pelajar. Karwati, Euis dan Donni Juni Priansa

		• siswa siswa mempresentasi							. 2014. *Manajemen kelas (Classroom Management).* Bandung : Penerbit Alfabeta. Pratiwi, Alifah Budi. 2015.

		kan hasil diskusi kelompok							*Pengaruh Strategi Numbered Head Together (NHT) dan The Power of Two Terhadap Hasil Belajar Matematika Ditinjau dari Motivasi Belajar Siswa.* Jurnal.

		• tes (*pos-test*) untuk meng							Universitas Muhammadiyah Surakarta. (http://eprints.ums.ac.id). diakses 28 Juli 2018. Priansa, Donni Juni. 2017. *Pengembangan Strategi dan Model Pembelajaran*.

		e t a h u i k e a k t i f a n d a n h a s i l							Bandung : CV Pustaka Setia. Puji, Erna Astutik dan Sri Rahmawati Fitriatien. 2016. *Metode Statistika*. Surabaya : Adi Buana University Press Suyadi. 2013. *Strategi*

		belajar siswa 2) model pembelajaran *Make a Match*							*Pembelajaran Pendidikan Karakter*. Bandung : PT Remaja Rosdakarya. Sudjana, Nana. 2014. *Dasar-Dasar Proses Belajar Mengajar*. Bandung : Sinar Baru Algensi

		• setiap siswa menerima kar							ndo Sugiono. 2013. *Pedagogik Terapan*. Surabaya : University Press Adi Buana. Sugiyono. 2017. *Metode Penelitian Pendidikan*. Bandung : Alfabet

		• tu soal/jawaban memahami i							a. Thobroni. M. 2015. *Belajar dan Pembelajran.* Yogyakarta : Ar-Ruzz Media

		• si kartu yang diterimamen							

		cari pasangan soal/jawaban							

		yang cocok dengan kartuy							

		• ang diterimates (*post-tes*							

		t) u n t u k m e n g e t a h u i k e a k t i							

		fan dan hasil belajar siswa							

		a.							

Mengetahui

Pembimbing I,

Drs. Susilohadi, M.Pd
NIDN : 0726126001

Pembimbing II,

Rani Kurnia Putri,S.Si.,M.Si
NIDN : 0718058901

Surabaya, 2 Agustus 2018

Mahasiswa,

Ika Novita Wahyu Kinasih
NIM : 155500110

Lampiran 22 PPT Lingkaran

Lingkaran

Peta konsep

Definisi Lingkaran

Lingkaran adalah tempat kedudukan titik –titik yang berjarak sama terhadap sebuah titik tertentu.

Jarak yang sama disebut jari-jari (r)
Titik tertentu disebut pusat lingkaran (O)

A. Persamaan Lingkaran

- Persamaan lingkaran yang berpusat di titik O (0,0) dan berjari-jari r
- Persamaan lingkaran yang berpusat di P (a,b) dan berjari-jari r
- Persamaan umum lingkaran
  1. titik dan garis
  2. kedudukan antara titik dan lingkaran
  3. kedudukan garis terhadap lingkaran

- **Persamaan lingkaran yang berpusat di titik O (0,0) dan berjari-jari r**

Sebuah lingkaran dengan pusat di titik O (0,0) dan berjari-jari r memiliki persamaan berikut.

$$x^2 + y^2 = r^2$$

Contoh soal :

Tentukan Persamaan lingkaran yang pusatnya di O(0,0) dan jari-jari:

a. r = 5
b. r = √3

Jawab :

a. r = 5 adalah $x^2 + y^2 = 25$
b. r = √3 adalah $x^2 + y^2 = 3$

- **Persamaan lingkaran yang berpusat di P (a,b) dan berjari-jari r**

Lingkaran yang berpusat di sebarang titik P (a,b) dan berjari-jari r memiliki persamaan berikut.

$$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$$

Contoh soal :

Tentukan persamaan lingkaran, pusat di (1,5) dan jari-jarinya 3 adalah ....

Jawab :

$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$

- Pusat (1,5) → a = 1 dan b = 5
- Jari-jari r = 3 → $r^2 = 9$

Persamaannya $(x-1)^2+(y-5)^2=9$

- **Persamaan umum lingkaran**

Bentuk persamaan umum lingkaran dapat ditulis sebagai berikut.

$$x^2+y^2+Ax+By+C=0$$

Dengan :

Pusat → $P=\left(-\frac{1}{2}A,-\frac{1}{2}B\right)$ dan jari-jari (r):

$$r=\sqrt{\left(-\frac{1}{2}A\right)^2+\left(-\frac{1}{2}B\right)^2-C}$$

Contoh soal :

Tentukan pusat dan jari-jari lingkaran pada persamaan umum $x^2+y^2-2x-6y-15=0$

jawab:

A = -2, B = - 6, C = -15

- pusat di (-½A,-½B) → (1, 3)
- jari-jari $r=\sqrt{\left(-\frac{1}{2}A\right)^2+\left(-\frac{1}{2}B\right)^2-C}$

$$=\sqrt{1^2+3^2+15}$$

$$=\sqrt{25}=5$$

Kedudukan Lingkaran

1. Titik dan garis

(i) jarak antara titik A (x_1,y_1) dan B (x_2,y_2) ditentukan oleh :

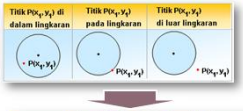
$$d=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$$

(ii) jarak titik A (x_1,y_1) ke garis ax + by + c = 0 ditentukan oleh :

$$d=\left|\frac{ax_1+by_1+c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|$$

2. Kedudukan antara titik dan lingkaran

Terdapat 3 (tiga) kedudukan titik terhadap lingkaran, yaitu titik di dalam lingkaran, titik pada lingkaran dan titik di luar lingkaran. Untuk lebih jelasnya perhatikan gambar berikut ini !



	Pusat (0, 0)	Pusat (p, q)
Persamaan	$x^2 + y^2 = r^2$	$(x - p)^2 + (y - q)^2 = r^2$
Kuasa titik P	$K_p = x_1^2 + y_1^2 - r^2$	$K_p = (x_1 - p)^2 + (y_1 - q)^2 - r^2$

Jika : $K_p < 0$, maka titik P di dalam lingkaran
$K_p = 0$, maka titik P terletak pada lingkaran
$K_p > 0$, maka titik P di luar lingkaran

3. Kedudukan garis terhaap lingkaran

Terdapat 3 (tiga) kedudukan garis terhadap lingkaran, yaitu garis memotong lingkaran, garis menyinggung lingkaran dan garis tidak memotong dan menyinggung lingkaran. Untuk lebih jelasnya perhatikan gambar berikut ini !

Dengan mensubstitusikan persamaan garis ke dalam persamaan lingkaran, kemudian disusun dalam bentuk persamaan kuadrat, maka :

$D = b^2 - 4ac$ (D = Diskriminan)

Jika :
D > 0, maka garis memotong lingkaran di dua titik
D = 0, maka garis menyinggung lingkaran
D < 0, maka garis tidak memotong lingkaran

Persamaan garis singgung lingkaran

Pengertian Garis Singgung Lingkaran

Garis singgung lingkaran yaitu garis yang memotong lingkaran di satu titik dan tegak lurus jari-jari lingkaran.

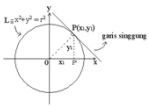
Persamaan garis singgung lingkaran dibagi menjadi 3, yaitu :

- ❑Persamaan garis singgung lingkaran melalui satu titik pada lingkaran
- ❑Persamaan garis singgung lingkaran dengan gradien *m*
- ❑Garis singgung yang melalui titik di luar lingkaran

❑Persamaan garis singgung lingkaran melalui satu titik pada lingkaran

1) Persamaan garis singgung lingkaran $x^2 + y^2 = r^2$ melalui titik P (x_1, y_1)
2) Persamaan garis singgung lingkaran $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ melalui titik A (x_1, y_1)
3) Persamaan garis singgung lingkaran $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$ melalui titik Q (x_1, y_1)

1) **Persamaan garis singgung lingkaran $x^2 + y^2 = r^2$ melalui titik P (x_1,y_1)**



OP tegak lurus g, maka :

$$m_{op} \cdot m_g = -1$$
$$\frac{y_1}{x_1} \cdot m_g = -1$$
$$m_g = -\frac{x_1}{y_1}$$

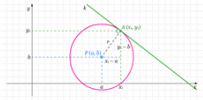
Maka, persamaan garis singgungnya sebagai berikut :

$$y - y_1 = m_g(x - x_1)$$
$$y - y_1 = -\frac{x_1}{y_1}(x - x_1)$$
$$y_1(y - y_1) = -x_1(x - x_1)$$
$$y_1 y - {y_1}^2 = -x_1 x + {x_1}^2$$
$$x_1 x + y_1 y = {x_1}^2 + {y_1}^2$$
$$x_1 x + y_1 y = r^2$$

Jadi, persamaan garis singgung lingkaran $x^2 + y^2 = r^2$ yang melalui titik pada lingkaran adalah

$$x_1 x + y_1 y = r^2$$

2) **Persamaan garis singgung lingkaran $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ melalui titik A (x_1,y_1)**



Gradien garis PA sebagai berikut :

$$m_{PA} = \frac{AP}{PD} = \frac{y_1 - b}{x_1 - a}$$

Gradien garis k sebagai berikut :

$$m_1 . m_{PA} = -1$$
$$m_1 . \frac{y_1 - b}{x_1 - a} = -1$$
$$m_1 = -\frac{x_1 - a}{y_1 - b}$$

Jadi, persamaan garis k dengan gradien m_1 dan melalui titik A adalah :

$$y - y_1 = m_1(x - x_1)$$
$$y - y_1 = -\frac{x_1 - a}{y_1 - b}(x - x_1)$$
$$(y - y_1)(y_1 - b) = -(x_1 - a)(x - x_1)$$
$$y y_1 - b y - {y_1}^2 + b y_1 = -x_1 x + {x_1}^2 + a x - a x_1$$
$$y y_1 - b y + b y_1 + x_1 x - a x + a x_1 = {x_1}^2 + {y_1}^2 \text{ .....(1)}$$

Untuk A terletak pada lingkaran, maka :

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$
$$(x_1 - a)^2 + (y_1 - b)^2 = r^2$$
$${x_1}^2 - 2a x_1 + a^2 + {y_1}^2 - 2b y_1 + b^2 = r^2$$
$$r^2 + 2a x_1 + 2b y_1 - a^2 - b^2 = {x_1}^2 + {y_1}^2 \text{ .....(2)}$$

Dari persamaan (1) dan (2) diperoleh :

$$y y_1 - b y + b y_1 + x_1 x - a x + a x_1 = {x_1}^2 + {y_1}^2$$
$$y y_1 - b y + b y_1 + x_1 x - a x + a x_1 = r^2 + 2a x_1 + 2b y_1 - a^2 - b^2$$
$$y y_1 - b y - b y_1 + b^2 + x_1 x - a x - a x_1 + a^2 = r^2$$
$$(y - b)(y_1 - b) + (x - a)(x_1 - a) = r^2$$
$$(x_1 - a)(x - a) + (y_1 - b)(y - b) = r^2$$

Jadi, persamaan garis singgung lingkaran $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ yang melalui titik pada lingkaran adalah

$$(x_1 - a)(x - a) + (y_1 - b)(y - b) = r^2$$

3) **Persamaan garis singgung lingkaran $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$ melalui titik Q (x_1,y_1)**

Dari persamaan gais singgung melalui titik Q pada lingkaran $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$

$$(x_1 - a)(x - a) + (y_1 - b)(y - b) = r^2$$
$$x_1 x - a x_1 - a x + a^2 + y_1 y - b y_1 - b y + b^2 = r^2$$
$$x_1 x - a(x_1 + x) + a^2 + y_1 y - b(y_1 + y) + b^2 = r^2$$
$$x_1 x + y_1 y - a(x_1 + x) - b(y_1 + y) + a^2 + b^2 - r^2 = 0$$

Misalkan $-a = \frac{A}{2}$; $-b = \frac{B}{2}$; dan $C = a^2 + b^2 - r^2$, maka :

$$x_1 x + y_1 y - a(x_1 + x) - b(y_1 + y) + a^2 + b^2 - r^2 = 0$$
$$x_1 x + y_1 y + \frac{A}{2}(x_1 + x) + \frac{B}{2}(y_1 + y) + C = 0$$

Jadi, persamaan garis singgung lingkaran $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$ yang melalui titik pada lingkaran adalah

$$x_1 x + y_1 y + \frac{A}{2}(x_1 + x) + \frac{B}{2}(y_1 + y) + C = 0$$

Contoh soal:

Persamaan garis singgung di titik (-3, 1) pada lingkaran $x^2 + y^2 = 10$ adalah....

Jawab:

Substitusikan titik (-3, 1) ke persamaan lingkaran
$L \equiv x^2 + y^2 = 10 \leftrightarrow (-3)^2 + 1^2 = 10$

Oleh karena hasil substitusi titik (-3, 1) ke persamaan lingkaran L sama dengan $r^2 = 10$ maka titik (-3, 1) terletak pada lingkaran L.

Jadi, persamaan garis singgung pada lingkaran $x^2 + y^2 = 10$ di titik (-3, 1):
$-3x + y = 10 \leftrightarrow y = 3x + 10$

Latihan soal :

1. Tentukan persamaan garis singgung pada lingkaran $L \equiv (x-1)^2 + (y-4)^2 = 25$ dititik singgung A (-3,1)!
2. Tentukan persamaan garis singgung yang melalui titik A(2,1) pada lingkaran $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 5 = 0$
3. Tentukan persamaan garis singgung yang melalui titik A(3,4) pada lingkaran $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 21 = 0$
4. Tentukan bahwa titik T(6,-8) terletak pada lingkaran $x^2 + y^2 = 100$, kemudian tentukan pula garis singgungnya!

❑Persamaan garis singgung lingkaran dengan gradien m

Misalkan m adalah gradien garis singgung lingkaran L.

a. Persamaan garis k pada lingkaran yang berpusat di titik O(0, 0) dan berjari-jari r:

$$y = mx \pm r\sqrt{1+m^2}$$

b. Persamaan garis k pada lingkaran berpusat di titik P(a, b) dan berjari-jari r:

$$(y-b) = m(x-a) \pm r\sqrt{1+m^2}$$

Contoh soal

Tentukan persamaan garis singgung pada lingkaran $L \equiv x^2 + y^2 = 9$, jika diketahui mempunyai gardien 2 !

Jawab :

Gradien m = 2

Persamaan garis singgungnya :

$y = mx \pm r\sqrt{1+m^2}$

$y = 2x \pm 3\sqrt{4+1}$

$y = 2x \pm 3\sqrt{5}$

Jadi, persamaan garis singgungnya adalah $y = 2x + 3\sqrt{5}$ atau $y = 2x - 3\sqrt{5}$

Latihan soal :

1. Tentukan persamaan garis singgung pada lingkaran $L \equiv x^2 + y^2 = 16$, jika diketahui mempunyai gardien 3 !
2. Tentukan persamaan garis singgung pada lingkaran $L \equiv (x-1)^2 + (y-2)^2 = 9$, jika diketahui mempunyai gardien $m = \frac{5}{12}$!
3. Tentukan persamaan garis singgung lingkaran $(X+2)^2 + (Y-3)^2 = 40$ yang melalui titik $(4,1)$!
4. Persamaan garis singgung lingkaran $x^2+y^2=180$ dengan gradien 2 adalah...

Lampiran 23 Foto Penelitian

SILABUS

Mata Pelajaran : Matematika Peminatan MIA
Satuan Pendidikan : SMA / MA
Kelas : XI (Sebelas)
Alokasi waktu : 4 jam pelajaran/minggu

Kompetensi Inti

KI 1 : Menghayati dan mengamalkan ajaran agama yang dianutnya

KI 2 : Menghayati dan mengamalkan perilaku jujur, disiplin, tanggungjawab, peduli (gotong royong, kerjasama, toleran, damai), santun, responsif dan pro-aktif dan menunjukkan sikap sebagai bagian dari solusi atas berbagai permasalahan dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam serta dalam menempatkan diri sebagai cerminan bangsa dalam pergaulan dunia.

KI 3 : Memahami, menerapkan, menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, procedural berdasarkan rasa ingintahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah.

KI 4 : Mengolah, menalar, dan menyaji dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri, dan mampu menggunakan metoda sesuai kaidah keilmuan.

Kompetensi Dasar	Indikator	Materi Pokok	Kegiatan Pembelajaran
3.1 Menjelaskan dan menentukan penyelesaian persamaan trigonometri	• Memahami pengertian, jenis-jenis dan bentuk kurva fungsi trigonometri • Menentukan nilai limit menuju nol, dengan menggunakan rumus dasar limit Trigonometri. • Menentukan Himpunan Penyelesaian persamaan trigonometri sederhana pada interval tertentu. • Menentukan penyelesaian limit bentuk tak tentu fungsi trigonometri dengan menggunakan rumus-rumus trigonomteri. • Menentukan penyelesaian persamaan trigonometri yang dapat dinyatakan dalam persamaan kuadrat. • Menentukan penyelesaian persamaan trigonometri menggunakan bentuk k cos (x – σ) dengan interval tertentu.	Fungsi Trigonometri Persamaan Trigonometri	• Mencermati pengertian, jenis-jenis dan bentuk kurva fungsi trigonometri. • Merumuskan sifat-sifat persamaan trigonometri • Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan persamaan trigonometri • Menyajikan penyelesaian masalah yang berkaitan dengan persamaan trigonometri

4.1 Memodelkan dan Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan persamaan trigonometri	• Menyelesaikan limit bentuk tak tentu fungsi trigonometri dengan menggunakan rumus-rumus trigonomteri. • Menyelesaikan persamaan trigonometri yang dapat dinyatakan dalam persamaan kuadrat. • Menyelesaikan persamaan trigonometri menggunakan bentuk k cos (x – σ) dengan interval tertentu.		
3.2 Membedakan penggunaan jumlah dan selisih sinus dan cosinus	• Memahami konsep sinus dan cosines • Memahami hubungan antara fungsi sinus dan cosinus yang dinyatakan dalam rumus jumlah dan selisih sinus dan cosinus. • Menganalisis rumus jumlah dan selisih trigonometri sehingga dapat membuat kesimpulan mengenai rumus jumlah dan selisih trigonometri dan penerapannya pada masalah nyata • Menentukan solusi dari	Rumus jumlah dan selisih sinus dan cosinus	• Mencermati hubungan antara fungsi sinus dan cosinus yang dinyatakan dalam rumus jumlah dan selisih sinus dan cosinus. • Menganalisis rumus jumlah dan selisih trigonometri sehingga dapat membuat kesimpulan mengenai rumus jumlah dan selisih trigonometri dan penerapannya pada masalah nyata. • Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan rumus jumlah dan selisih sinus dan cosinus

	permasalahan yang berkaitan dengan rumus jumlah dan selisih sinus atau cosinus.		• Menyajikan penyelesaian masalah yang berkaitan dengan rumus jumlah dan selisih sinus dan cosinus
4.2 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan rumus jumlah dan selisih sinus dan cosinus	• Menyelesaikan permasalahan yang berkaitan dengan rumus jumlah dan selisih sinus atau cosinus. • Menentukan persamaan trigonometri yang identik dengan persamaan yang diketahui mengunakan rumus jumlah dan selisih sinus cosinus. • Menentukan nilai perkalian fungsi trigonometri yang berkaitan dengan jumlah dan selisih sinus atau cosinus. • Menyajikan penyelesaian masalah yang berkaitan dengan rumus jumlah dan selisih sinus dan cosinus		
3.3 Menganalisis lingkaran secara analitik	• Memahami konsep lingkaran • Menganalisis kaitan antara lingkaran dan garis singgung persekutuan • Menggambarkan lingkaran dan irisan dua lingkaran	Persamaan lingkaran (Irisan kerucut)	• Mencermati konsep lingkaran • Menganalisis kaitan antara lingkaran dan garis singgung persekutuan • Menggambarkan lingkaran dan irisan dua lingkaran

	• Menganalisis luas daerah irisan dua lingkaran • Menganalisis hubungan antar lingkaran, garis singgung persekutuan, dan luas daerah irisan dua lingkaran		• Mencari luas daerah irisan dua lingkaran • Menganalisis hubungan antar lingkaran, garis singgung persekutuan, dan luas daerah irisan dua lingkaran • Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan lingkaran • Menyajikan penyelesaian masalah yang berkaitan dengan lingkaran
4.3 Menyelesaikan masalah yang terkait dengan lingkaran	• Menentukan persamaan lingkaran yang memenuhi syarat yang diberikan. • Menentukan koefisien yang belum diketahui jika kedudukan garis dan lingkaran telah diketahui. • Menentukan persamaan garis singgung lingkaran yang diketahui gradiennya. • Menentukan persamaan garis singgung lingkaran yang diketahui absis atau ordinat titik singgungnya.		
3.4 Menganalisis keterbagian dan faktorisasi polinom	• Memahami pengertian, penyelesaian dan penerapan polinomial dalam masalah nyata. • Menganalisis hasil operasi penjumlahan, pengurangan dan	Polinomial	• Mencermati pengertian, penyelesaian dan penerapan polinomial dalam masalah nyata. • Mencermati hasil operasi penjumlahan, pengurangan dan

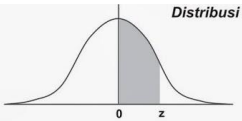
	perkalian dua polinomial serta menerapkannya untuk menyelesaikan masalah nyata. • Menganalisis sifat keterbagian dan faktorisasi polinomial. • Menganalisis Teorema Sisa serta faktorisasi polinomial untuk mempermudah penyelesaian masalah • Memahami kesamaan dua pilonom. • Menentukan nilai suatu polinom. • Menentukan hasil bagi dan sisa suatu polinom dengan cara bersusun dan horner. • Menentukan sisa suatu polinom oleh (ax+b). • Menentukan sisa pembagian oleh (x-a)(x-b). • Memahami teorema faktor.		perkalian dua polinomial serta menerapkannya untuk menyelesaikan masalah nyata. • Mencermati sifat keterbagian dan faktorisasi polinomial. • Menganalisis Teorema Sisa serta faktorisasi polinomial untuk mempermudah penyelesaian masalah • Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan operasi hitung pada polinomial dan faktorisasi polinomial • Menyajikan penyelesaian masalah yang berkaitan dengan operasi hitung pada polinomial dan faktorisasi polinomial
4.4 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan faktorisasi	• Menentukan hasil pembagian, jika diketahui sisa pembagian dari suatu pembagian berderajat dua yang dapat difaktorkan. • Menentukan hasil bagi dan sisanya		

polinomial	jika dibagi dengan sukubanyak berderajat dua. • Menentukan operasi aljabar dari kombinasi koefisien jika sebuah polinom yang berderajat tiga yang memuat dua koefisien yang belum diketahui, dan diketahui fungsi pembagi dan sisa pembagiannya. • Menentukan operasi aljabar akar-akar polinom jika diketahui sebuah polinom yang berderajat tiga yang memuat koefisien yang belum diketahui, dan diketahui salah satu faktor linearnya		

Lampiran 25 Tabel Z

Kumulatif sebaran frekuensi normal
(Area di bawah kurva normal baku dari 0 sampai z)

Distribusi Z



Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990
3.1	0.4990	0.4991	0.4991	0.4991	0.4992	0.4992	0.4992	0.4992	0.4993	0.4993
3.2	0.4993	0.4993	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4995	0.4995	0.4995
3.3	0.4995	0.4995	0.4995	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4997
3.4	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4998
3.5	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998
3.6	0.4998	0.4998	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999
3.7	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999
3.8	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999
3.9	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000

Dipergunakan untuk kepentingan Praktikum dan Kuliah Statistika Agrotek cit. Ade

Lampiran 26 Tabel Chi-Kuadrat

dk	Taraf Signifikansi					
	50%	30%	20%	10%	5%	1%
1	0,455	1,074	1,642	2,706	3,841	6,635
2	1,386	2,408	3,219	4,605	5,991	9,210
3	2,366	3,665	4,642	6,251	7,815	11,341
4	3,357	4,878	5,989	7,779	9,488	13,227
5	4,351	6,064	7,289	9,236	11,070	15,086
6	5,348	7,231	8,558	10,645	12,592	16,812
7	6,346	8,383	9,803	12,017	14,067	18,475
8	7,344	9,524	11,030	13,362	15,507	20,090
9	8,343	10,656	12,242	14,684	16,919	21,666
10	9,342	11,781	13,442	15,987	18,307	23,209
11	10,341	12,899	14,631	17,275	19,675	24,725
12	11,340	14,011	15,812	18,549	21,026	26,217
13	12,340	15,119	16,985	19,812	22,362	27,688
14	13,339	16,222	18,151	21,064	23,685	29,141
15	14,339	17,322	19,311	22,307	24,996	30,578
16	15,338	18,418	20,465	23,542	26,292	24,725
17	16,338	19,511	21,615	24,769	27,587	26,217
18	17,338	20,601	22,760	25,989	28,869	27,688
19	18,338	21,689	23,900	27,204	30,144	29,141
20	19,337	22,775	25,038	28,412	31,410	30,578
21	20,337	23,858	26,171	29,615	32,671	38,932
22	21,337	24,939	27,301	30,813	33,924	40,289
23	22,337	26,018	28,429	32,007	35,172	41,638
24	23,337	27,096	29,553	33,196	35,415	42,980
25	24,337	28,172	30,675	34,382	37,652	44,314
26	25,336	29,246	31,795	35,563	38,885	45,642
27	26,336	30,319	32,912	36,741	40,113	46,963
28	27,336	31,391	34,027	37,916	41,337	48,278
29	28,336	32,461	35,139	39,087	42,557	49,588
30	29,336	33,530	36,250	40,256	43,773	50,892

Lampiran 27 Tabel F

dk Penyebut (n-k-1)	dk Pembilang (k)									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	161.45	199.50	215.71	224.58	230.16	233.99	236.77	238.88	240.54	241.88
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.38	19.40
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37	2.32
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34	2.30
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32	2.27
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25
25	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.28	2.24
26	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27	2.22
27	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.37	2.31	2.25	2.20
28	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.24	2.19
29	4.18	3.33	2.93	2.70	2.55	2.43	2.35	2.28	2.22	2.18
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16
31	4.16	3.30	2.91	2.68	2.52	2.41	2.32	2.25	2.20	2.15
32	4.15	3.29	2.90	2.67	2.51	2.40	2.31	2.24	2.19	2.14
33	4.14	3.28	2.89	2.66	2.50	2.39	2.30	2.23	2.18	2.13
34	4.13	3.28	2.88	2.65	2.49	2.38	2.29	2.23	2.17	2.12
35	4.12	3.27	2.87	2.64	2.49	2.37	2.29	2.22	2.16	2.11
36	4.11	3.26	2.87	2.63	2.48	2.36	2.28	2.21	2.15	2.11
37	4.11	3.25	2.86	2.63	2.47	2.36	2.27	2.20	2.14	2.10
38	4.10	3.24	2.85	2.62	2.46	2.35	2.26	2.19	2.14	2.09
39	4.09	3.24	2.85	2.61	2.46	2.34	2.26	2.19	2.13	2.08
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08
41	4.08	3.23	2.83	2.60	2.44	2.33	2.24	2.17	2.12	2.07
42	4.07	3.22	2.83	2.59	2.44	2.32	2.24	2.17	2.11	2.06
43	4.07	3.21	2.82	2.59	2.43	2.32	2.23	2.16	2.11	2.06
44	4.06	3.21	2.82	2.58	2.43	2.31	2.23	2.16	2.10	2.05
45	4.06	3.20	2.81	2.58	2.42	2.31	2.22	2.15	2.10	2.05
46	4.05	3.20	2.81	2.57	2.42	2.30	2.22	2.15	2.09	2.04
47	4.05	3.20	2.80	2.57	2.41	2.30	2.21	2.14	2.09	2.04
48	4.04	3.19	2.80	2.57	2.41	2.29	2.21	2.14	2.08	2.03
49	4.04	3.19	2.79	2.56	2.40	2.29	2.20	2.13	2.08	2.03
50	4.03	3.18	2.79	2.56	2.40	2.29	2.20	2.13	2.07	2.03
51	4.03	3.18	2.79	2.55	2.40	2.28	2.20	2.13	2.07	2.02
52	4.03	3.18	2.78	2.55	2.39	2.28	2.19	2.12	2.07	2.02
53	4.02	3.17	2.78	2.55	2.39	2.28	2.19	2.12	2.06	2.01
54	4.02	3.17	2.78	2.54	2.39	2.27	2.18	2.12	2.06	2.01
55	4.02	3.16	2.77	2.54	2.38	2.27	2.18	2.11	2.06	2.01
56	4.01	3.16	2.77	2.54	2.38	2.27	2.18	2.11	2.05	2.00
57	4.01	3.16	2.77	2.53	2.38	2.26	2.18	2.11	2.05	2.00
58	4.01	3.16	2.76	2.53	2.37	2.26	2.17	2.10	2.05	2.00
59	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.26	2.17	2.10	2.04	2.00
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99

Lampiran 28 Tabel t

dk	$t_{0,05}$	dk	$t_{0,05}$	dk	$t_{0,05}$	dk	$t_{0,05}$	dk	$t_{0,05}$	dk	$t_{0,05}$
-	-	49	2.010	99	1.984	149	1.976	199	1.972	249	1.970
-	-	50	2.009	100	1.984	150	1.976	200	1.972	250	1.969
1	12.706	51	2.008	101	1.984	151	1.976	201	1.972	251	1.969
2	4.303	52	2.007	102	1.983	152	1.976	202	1.972	252	1.969
3	3.182	53	2.006	103	1.983	153	1.976	203	1.972	253	1.969
4	2.776	54	2.005	104	1.983	154	1.975	204	1.972	254	1.969
5	2.571	55	2.004	105	1.983	155	1.975	205	1.972	255	1.969
6	2.447	56	2.003	106	1.983	156	1.975	206	1.972	256	1.969
7	2.365	57	2.002	107	1.982	157	1.975	207	1.971	257	1.969
8	2.306	58	2.002	108	1.982	158	1.975	208	1.971	258	1.969
9	2.262	59	2.001	109	1.982	159	1.975	209	1.971	259	1.969
10	2.228	60	2.000	110	1.982	160	1.975	210	1.971	260	1.969
11	2.201	61	2.000	111	1.982	161	1.975	211	1.971	261	1.969
12	2.179	62	1.999	112	1.981	162	1.975	212	1.971	262	1.969
13	2.160	63	1.998	113	1.981	163	1.975	213	1.971	263	1.969
14	2.145	64	1.998	114	1.981	164	1.975	214	1.971	264	1.969
15	2.131	65	1.997	115	1.981	165	1.974	215	1.971	265	1.969
16	2.120	66	1.997	116	1.981	166	1.974	216	1.971	266	1.969
17	2.110	67	1.996	117	1.980	167	1.974	217	1.971	267	1.969
18	2.101	68	1.995	118	1.980	168	1.974	218	1.971	268	1.969
19	2.093	69	1.995	119	1.980	169	1.974	219	1.971	269	1.969
20	2.086	70	1.994	120	1.980	170	1.974	220	1.971	270	1.969
21	2.080	71	1.994	121	1.980	171	1.974	221	1.971	271	1.969
22	2.074	72	1.993	122	1.980	172	1.974	222	1.971	272	1.969
23	2.069	73	1.993	123	1.979	173	1.974	223	1.971	273	1.969
24	2.064	74	1.993	124	1.979	174	1.974	224	1.971	274	1.969
25	2.060	75	1.992	125	1.979	175	1.974	225	1.971	275	1.969
26	2.056	76	1.992	126	1.979	176	1.974	226	1.971	276	1.969
27	2.052	77	1.991	127	1.979	177	1.973	227	1.970	277	1.969
28	2.048	78	1.991	128	1.979	178	1.973	228	1.970	278	1.969
29	2.045	79	1.990	129	1.979	179	1.973	229	1.970	279	1.969
30	2.042	80	1.990	130	1.978	180	1.973	230	1.970	280	1.968
31	2.040	81	1.990	131	1.978	181	1.973	231	1.970	281	1.968
32	2.037	82	1.989	132	1.978	182	1.973	232	1.970	282	1.968
33	2.035	83	1.989	133	1.978	183	1.973	233	1.970	283	1.968
34	2.032	84	1.989	134	1.978	184	1.973	234	1.970	284	1.968
35	2.030	85	1.988	135	1.978	185	1.973	235	1.970	285	1.968
36	2.028	86	1.988	136	1.978	186	1.973	236	1.970	286	1.968
37	2.026	87	1.988	137	1.977	187	1.973	237	1.970	287	1.968
38	2.024	88	1.987	138	1.977	188	1.973	238	1.970	288	1.968
39	2.023	89	1.987	139	1.977	189	1.973	239	1.970	289	1.968
40	2.021	90	1.987	140	1.977	190	1.973	240	1.970	290	1.968
41	2.020	91	1.986	141	1.977	191	1.972	241	1.970	291	1.968
42	2.018	92	1.986	142	1.977	192	1.972	242	1.970	292	1.968
43	2.017	93	1.986	143	1.977	193	1.972	243	1.970	293	1.968
44	2.015	94	1.986	144	1.977	194	1.972	244	1.970	294	1.968
45	2.014	95	1.985	145	1.976	195	1.972	245	1.970	295	1.968
46	2.013	96	1.985	146	1.976	196	1.972	246	1.970	296	1.968

47	2.012	97	1.985	147	1.976	197	1.972	247	1.970	297	1.968
48	2.011	98	1.984	148	1.976	198	1.972	248	1.970	298	1.968