

See discussions, stats, and author profiles for this publication at: <https://www.researchgate.net/publication/318048415>

Prosep dan Berpikir Proseptual dalam Pendidikan Matematika

Presentation · May 2012

DOI: 10.13140/RG.2.2.20380.69765

CITATIONS

0

READS

215

1 author:



Prayogo Prayogo

Universitas PGRI Adi Buana Surabaya

11 PUBLICATIONS 2 CITATIONS

SEE PROFILE



PROSEP DAN BERPIKIR PROSEPTUAL DALAM PENDIDIKAN MATEMATIKA

Drs. Prayogo, M.Kom.

prayogounipa@gmail.com

Dosen Prodi Pendidikan Matematika Universitas PGRI Adi Buana Surabaya

ABSTRAK

Tulisan berikut akan menguraikan gagasan dari Gray dan Tall (1994) tentang prosep, yaitu suatu simbol yang merepresentasikan antara konsep dan proses. Pemahaman anak terhadap prosep mengakibatkan proses berpikir proseptual, yaitu kombinasi dari berpikir konseptual dan berpikir prosedural. Dalam menggunakan prosep-prosep terdapat perbedaan utama antara anak yang mampu dan kurang mampu dalam menggunakan matematika.

Kata Kunci : *Prosep, Berpikir Proseptual*

A. Pendahuluan

Karakteristik matematika dan matematika sekolah yaitu matematika yang dipelajari di sekolah tidaklah jauh berbeda. Menurut Soejadi (2007) karakteristik matematika sekolah sangat dipengaruhi oleh karakteristik matematika itu sendiri, karakteristik tersebut adalah 1) Matematika sekolah memiliki obyek kajian yang konkret dan juga abstrak, 2) Bertumpu pada kesepakatan (termasuk penekanan kepada aksioma *self evident truth*), 3) Berpola pikir deduktif dan juga deduktif, 4) Konsisten dalam sistemnya (termasuk sistem yang dipilih untuk pendidikan), 5) Memiliki/menggunakan simbol yang kosong dari arti dan juga yang telah memiliki arti tertentu dan 6) Memperhatikan semesta pembicaraan (bahkan juga digunakan untuk pembatasan bahan ajar matematika, sesuai kelas tertentu).

Dari karakteristik tersebut dapat dilihat bahwa siswa akan selalu dihadapkan pada obyek matematika yang kadang abstrak dan dengan simbol-simbol matematika. Obyek-obyek matematika menurut Gagne (dalam Shadiq, 2008) dibagi menjadi dua, yaitu obyek langsung dan objek tak langsung. Obyek langsungnya adalah fakta, konsep, prinsip, dan keterampilan (FKPK), sedangkan obyek tak langsung adalah kemampuan yang secara tak langsung akan dipelajari siswa ketika mereka mempelajari obyek langsung matematika seperti kemampuan: berpikir logis, kemampuan memecahkan masalah, sikap positif terhadap matematika, ketekunan, ketelitian, dan lain-lain. Fakta adalah konvensi (kesepakatan) dalam matematika seperti lambang, notasi, ataupun aturan. Konsep adalah suatu ide abstrak yang memungkinkan seseorang untuk mengklasifikasi suatu obyek. Prinsip adalah suatu pernyataan yang memuat hubungan antara dua konsep atau lebih. Keterampilan (skill) adalah kemampuan untuk menggunakan prosedur atau langkah-langkah untuk menyelesaikan suatu soal. Sedangkan



simbol dalam matematika memegang peranan yang sangat penting. Simbol dan konsep adalah sesuatu yang berbeda tetapi mempunyai hubungan yang sangat erat. Menurut Skemp (1989) simbol dalam mempunyai banyak fungsi dalam pembelajaran matematika, diantaranya adalah sebagai alat komunikasi, merekam pengetahuan, mengkomunikasikan konsep-konsep baru, penjelasan-penjelasan, memungkinkan terjadinya aktivitas reflektif, menunjukkan struktur dan membuat suatu rutin menjadi otomatis.

Berkaitan dengan simbol dan konsep, Gray dan Tall (1994) mengemukakan gagasan tentang *prosep*, yaitu suatu simbol yang merepresentasikan suatu dualitas antara konsep dan proses. Arti dari proses disini berkenaan dengan proses kognisi atau proses matematik, seperti misalnya dalam aritmatika adalah “proses menjumlahkan” dan “proses perkalian”. Dalam proses kognisi tersebut kadang siswa menggunakan berpikir konseptual dan prosedural, berpikir yang memadukan keduanya disebut berpikir *proseptual*. Dari bukti empiris hasil penelitian menunjukkan bahwa siswa yang menggunakan baik proses atau konsep (*prosep*) secara fleksibel, biasanya lebih berhasil dalam belajar matematikanya. Tulisan ini akan menguraikan tentang gagasan dari Gray dan Tall tentang *prosep* dan berpikir *proseptual*.

B. Prosep dan Pemikiran Proseptual

Ide atau gagasan dalam matematika yang didalamnya ada suatu proses tentunya akan menghasilkan sesuatu produk atau output yang pada umumnya direpresentasikan dengan simbol yang sama, dan hal ini terjadi pada setiap level di sekolah. Hal ini mendasari Gray dan Tall (1992a) untuk memunculkan gagasan tentang *prosep*. Menurutnya, “ ... *We define a procept to be a combined mental object consisting of both process and concept in which the same symbolization is used to denote both the process and the object which is produced by the process* “ Jadi *prosep* adalah sebuah obyek mental yang mengandung baik proses dan konsep dan dinyatakan dengan simbol yang sama untuk menyatakan proses dan hasilnya. Tentu saja kita bisa mengatakan bahwa *prosep* itu juga suatu konsep. Dengan demikian *prosep* banyak akan kita jumpai disemua cabang matematika aljabar, geometri, trigonometri, kalkulus dan lainnya, di semua level sekolah, baik SD, Sekolah Menengah bahkan di Perguruan Tinggi.

Dalam aritmatika dasar misalnya Gray dan Tall (1992), memberikan contoh beberapa *prosep* yang ada, seperti *prosep* bilangan bulat (*whole number*), *prosep* penjumlahan (*addition*), *prosep* pengurangan (*subtraction*), *prosep* perkalian (*multiplication*), *prosep* pembagian (*division*), dan *prosep* nilai tempat (*place value*). Berikut diberikan beberapa contoh *prosep* tersebut di semua level sekolah:



1. Simbol “3+5” ini menyatakan tentang proses menjumlahkan juga konsep jumlah. Dalam menjumlahkan siswa bisa melakukannya dengan menghitung baik dimulai dari 3 atau mungkin dari 5. Misal tangan kiri menunjukkan jari 3 dan kanan 5. Mungkin juga anak menghitung mulai tangan kiri hingga tangan kanan.
2. Simbol “3 x 4 “, menyatakan proses, siswa mengerjakannya dengan cara menggunakan penjumlahan berulang ($3 \times 4 = 4 + 4 + 4 = 12$), sedangkan konsepnya adalah perkalian.
3. Simbol “-3 “, menyatakan proses pergeseran tiga langkah ke arah kiri dari nol pada garis bilangan, sedangkan konsepnya adalah bilangan negatif 3
4. Simbol “ $\frac{5}{3}$ ”, menyatakan proses mencari hasil bagi 5 dan 3, sedangkan konsepnya adalah pecahan bisa juga konsep pecahan campuran.
5. Simbol “ $2x+6$ “, menyatakan proses mengalikan sesuatu bisa bilangan bulat atau real dengan dua kemudian dijumlah dengan 6., sedangkan konsepnya bisa ekspresi aljabar.

Limit fungsi yang dinotasikan dengan $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ juga merupakan suatu prosep. Dalam prosep ini ada proses nilai x mendekati 2 yang menghasilkan nilai yang menuju suatu nilai $f(x)$ tertentu. Jadi dalam dalam prosep limit terdapat proses “mendekati” dan konsep nilai dari limit itu sendiri. Misalkan bila $f(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$ dengan $x \rightarrow 1$ maka proses pencarian nilai dapat dilakukan dengan beberapa cara, misalnya cara pola intuitif, cara grafik, cara substitusi, dan yang paling sulit adalah dengan memakai definisi limit secara formal. Cara pola intuitif disajikan pada tabel berikut.

x	0,9	0,99	0,999	\rightarrow	1	\leftarrow	1,001	1,01	1,1
$\frac{x^2-1}{x-1}$	1,8	1,98	1,998	\rightarrow	2	\leftarrow	2,002	2,02	2,2

Pada tabel di atas tampak adanya hubungan bila nilai x menuju 1 maka nilai dari

$$f(x) = \frac{x^2-1}{x-1} \text{ menuju ke } 2.$$

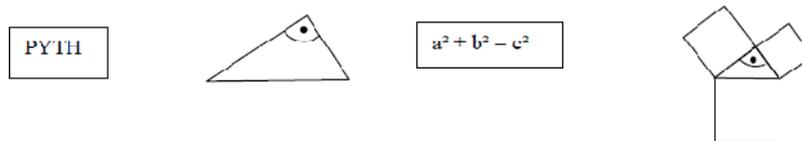
6. Turunan dari fungsi f di a yang dinotasikan $f'(a)$ dengan adalah prosep turunan fungsi f di $x = a$. Prosep tersebut memuat konsep nilai turunan fungsi dan proses menurunkannya. Misalkan $f(x) = x^2$. Proses yang terjadi pada prosep $f'(3)$ adalah menurunkan turunan dengan menggunakan rumus seperti berikut.



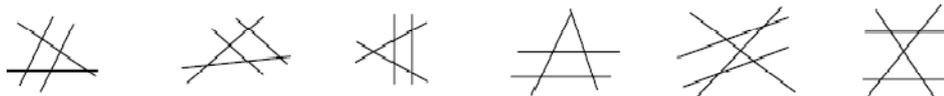
$$\begin{aligned} f'(3) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+h) - f(3)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(3+h)^2 - 3^2}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3^2 + 6h - 3^2}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{6h}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} 6 \\ &= 6. \end{aligned}$$

Dengan demikian dalam prosep $f'(3)$ memuat proses pencarian limit dan konsep nilai limit. (Sugiman, 2011)

7. Dalam geometri Meissner (2004) memberikan contoh prosep pitagoras, dalam prosep pitagoras, proses bisa berupa mencari salah satu sisi suatu segitiga siku-siku jika diketahui dua sisi yang lain, bisa juga mengeksklore beberapa sifat berkaitan segitiga siku-siku, seperti gambar berikut.



8. Prosep “dua garis berpotongan dipotong oleh dua garis sejajar”, dalam hal ini proses akan menghasilkan empat perbandingan yang senilai.



Prosep Dasar terdiri dari tiga komponen yaitu *proses* yang menghasilkan suatu *obyek* matematika dan *simbol* untuk merepresentasikan proses atau obyek. Gagasan tentang prosep bisa juga seperti contoh berikut, bahwa simbol tunggal dipandang sebagai cara yang fleksibel, yaitu obyek-obyek yang sama dapat dinyatakan dalam simbol yang berbeda, cara yang berbeda ini sering dilihat sebagai nama yang berbeda untuk obyek yang sama. Misal siswa melihat “4+5” sebagai 1 lebihnya dari 8, atau 9 karena $4+5=4+(1+4)=(4+4)+1=8+1$. Oleh karena itu untuk menggambarkan pertumbuhan yang flexibel dari gagasan dan keragaman proses berpikir maka definisi tentang prosep diperluas menjadi : *Prosep terdiri dari sekumpulan prosep-prosep dasar yang mempunyai obyek sama*. Dengan pengertian ini misal, prosep 6, meliputi proses menghitung 6, atau sekumpulan representasi seperti $3+3$, $4+2$, $2+4$, 2×3 , $8-2$ dan lain-lain. Semua simbol-simbol tersebut oleh siswa dianggap sebagai representasi dari obyek yang sama meskipun keseluruhan diperoleh dari proses yang berbeda.

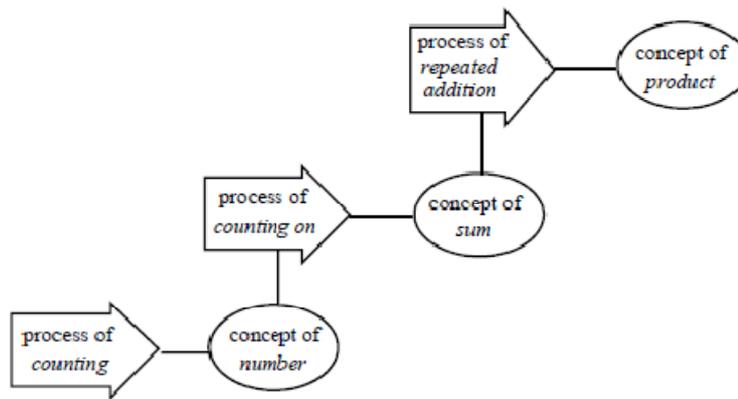
Dengan demikian secara matematik prosep dapat didefinisikan dengan *relasi klas-klas ekivalen dari prosep-prosep dasar*. Sifat dari prosep tergantung pada perkembangan kognitif



anak. Dimulai dari struktur yang sederhana berkembang, terinteriorisasi kemudian menjadi skema (Skemp, 1979). Memang secara sederhana proses dasar dapat dikatakan sebagai tahap awal dari proses dari pada sebuah anggota dalam kelas ekuivalensi yang terlalu kompleks masalahnya.

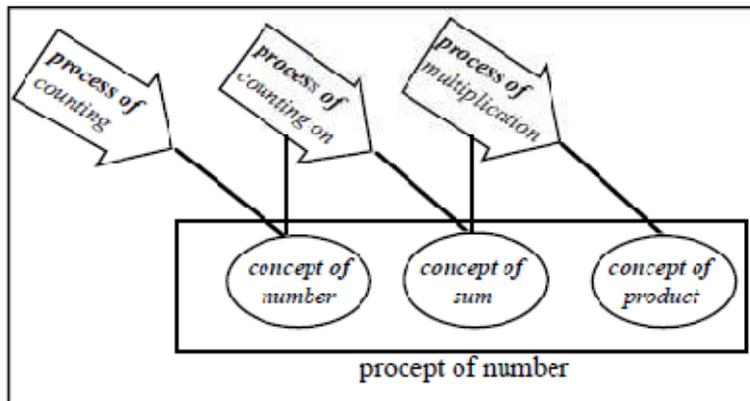
Dalam memandang proses-proses diperlukan keluwesan dalam berpikir. Berkaitan dengan *berpikir proseptual* ini Tall (1994) mendefinisikan sebagai adalah kemampuan untuk memanipulasi simbol-simbol secara fleksibel baik sebagai proses atau konsep. Pertukaran antara keduanya untuk simbol yang berbeda dengan obyek yang sama. Berpikir proseptual akan memberikan kekuatan besar lewat keluwesannya, ambigu dalam penggunaan simbol menunjukkan dualitas dari proses dan konsep menggunakan notasi yang sama. Berpikir proseptual bisa juga dianggap sebagai kombinasi dari berpikir konseptual dan prosedural. Berpikir konseptual adalah berpikir yang mengaitkan satu konsep dengan konsep lainnya (Hiebert & Lefevre, dalam Dwi PU, 2011). Berpikir Prosedural adalah berfikir yang fokus pada prosedur dan alat bantu fisik atau semu fisik yang mendukungnya. Jadi karakteristik dari *berpikir proseptual* adalah memiliki kemampuan untuk mengompres tahap-tahap dalam memanipulasi simbol dimana simbol tersebut dipandang sebagai obyek-obyek yang dapat disusun dan dijabarkan dengan fleksibel. Dalam berpikir proseptual terkadang kita menggunakan prosedur-prosedur.

Berpikir proseptual tidak terlepas dari proses enkapsulasi. Menurut Widada (2003) *enkapsulasi* diartikan sebagai *proses* yang dilakukan pada *objek*. Sebagai indikasinya adalah melakukan transformasi mental (berupa koordinasi kognitif) dari suatu proses pada suatu objek kognitif. Jika *proses* itu sendiri ditransformasi oleh beberapa *aksi*, maka akan terjadi *enkapsulasi* yang cocok dengan suatu *objek*. Sebagai indikasi adalah terbentuknya entitas tunggal dari enkapsulasi beberapa proses. Selanjutnya konstruksi yang mengaitkan *aksi*, *proses*, atau *objek* yang terpisah untuk suatu *objek* tertentu sehingga menghasilkan suatu *skema*. Sebagai indikasinya adalah terbentuknya suatu entitas total dari objek-objek yang berbeda yang dikonstruksi melalui koordinasi kognitif. Gary dan Tall (1994) memberi contoh tentang enkapsulasi seperti pada tahapan berpikir bahwa konsep penjumlahan dapat dilakukan dengan cara mencacah, konsep perkalian dapat dilakukan dengan cara menjumlahkan berulang, konsep perpangkatan dapat dilakukan dengan perkalian yang berulang dan seterusnya. Hal ini dapat digambarkan sebagai berikut :



Gambar : Tingkatan dari Enkapsulasi (Gary dan Tall, 1994)

Dari gambar di atas, berpikir proseptual dapat diartikan sebagai kemampuan anak untuk mengkompres beberapa proses dan obyek menjadi satu kesatuan yaitu sebuah bilangan, sehingga prosesnya akan terlihat seperti gambar berikut :



Gambar : Proses menyatukan hirarki menjadi bilangan (Gary dan Tall, 1994)

Dalam menggunakan prosep-prosep terdapat perbedaan utama antara siswa yang mampu dan kurang mampu dalam matematika. Siswa yang mampu cenderung menggunakan berpikir proseptual sedangkan siswa yang kurang mampu cenderung berpikir prosedural.

C. Kesimpulan

Prosep adalah sebuah obyek mental yang mengandung baik proses dan konsep dan dinyatakan dengan simbol yang sama untuk menyatakan proses dan hasilnya. Secara luas prosep terdiri dari sekumpulan prosep-prosep dasar yang mempunyai obyek sama. Prosep terdapat disemua cabang matematika, aljabar, geometri, kalkulus dan lain-lainnya, juga di semua level sekolah. Dalam menentukan sebuah prosep diperlukan berpikir proseptual, yaitu kemampuan untuk memanipulasi simbol-simbol secara fleksibel baik sebagai proses atau konsep.



Daftar Pustaka

- Dwi Priyo Utomo , 2010, *Pengetahuan Konseptual Dan Prosedural Dalam Pembelajaran Matematika*, Makalah Seminar Nasional Matematika di Univ. Muhammadiyah Malang.
- Gray, E and Tall, D. 1992-a. *Success and Failure in Mathematics: Procept and Prosedur in Primary Mathematics*. Paper in Workshop on Mathematics Education and Computer, Taipei National University, April 1992.
- Gray, E and Tall, D. 1992-b. *Success and Failure in Mathematics: Procept and Prosedur in Secondary Mathematics*. Paper in Workshop on Mathematics Education and Computer, Taipei National University, April 1992.
- Gray, E. and Tall, D. 1994. Duality, Ambiguity and Flexibility: A Proceptual View of Simple Arithmetics. *The Journal for Research in Mathematics Education*. Vol 26(2) page 115-141.
- Hartwig Meissner, 2004, *Proceptual Thinking In Geometry*, Westf. Wilhelms-Univ. Muenster, Germany
- R. Soedjadi, 2007, *Masalah Konstektual sebagai Batu Sendi Matematika Sekolah*, Surabaya : Pusat Sains dan Matematika Sekolah (PSMS).
- Shadiq Fajar, 2008, *Psikologi Pembelajaran Matematika Sekolah*, Yogyakarta : P4TK Matematika.
- Skemp, Richard R. (1979)., *The Psychology of Learning Matemathics.*, University of Warwick, School Education
- Sugiman, 2011, *Prosep-prosep dalam Matematika di Sekolah*, Makalah disajikan dalam Seminar Nasional Matematika di UNY, Yogyakarta.
- Tall, D. 2011. *Draft Chapter 1 : How Human Learn to Think Mathematically*, diakses tanggal 21 Maret 2012, pk. 11.00 pada laman <http://www.warwick.ac.uk/staff/David.Tall/>
- Widada Wahyu, 2003, *Struktur Representasi Pengetahuan Siswa tentang Permasalahan Grafik Fungsi dan Kokonvergenan Deret Tak hingga pada Kalkulus*, Disertasi Doktor, Unesa.