

Fleksibilitas Matematika Siswa SMP dalam Menyelesaikan Masalah Gradien (suatu studi kasus)

Prayogo

Jurusan Pendidikan Matematika Universitas PGRI Adi Buana Surabaya
prayogounipa@gmail.com

Makalah ini merupakan hasil penelitian tentang fleksibilitas matematika siswa SMP dalam menyelesaikan masalah gradien. Fleksibilitas menyelesaikan masalah matematika (Star & Bethany, 2007) adalah kemampuan memilih strategi yang efisien dalam menyelesaikan masalah. Jenis penelitian ini merupakan penelitian kualitatif eksploratif dengan subyek penelitian sebanyak tiga orang yaitu siswa yang berkemampuan tinggi, sedang dan rendah. Hasil penelitian menunjukkan bahwa siswa yang berkemampuan tinggi mempunyai fleksibilitas matematika dalam menyelesaikan masalah gradien dan dapat menyimpulkan bahwa dua buah garis yang saling tegak lurus perkalian gradiennya belum tentu sama dengan satu.

Kata kunci: Fleksibilitas matematika, masalah matematika

I. PENDAHULUAN

Penelitian ini dilatarbelakangi oleh ketika guru-guru yang sedang melaksanakan PLPG mengerjakan soal yang berkaitan dengan gradien yaitu tentang “apakah semua garis yang saling tegak lurus hasil kali gradien-gradiennya sama dengan -1 ?”, masih banyak yang menjawab tidak benar. Oleh sebab itu dalam penelitian ini akan dieksplorasi fleksibilitas matematika siswa dalam menyelesaikan masalah gradien seperti tersebut di atas yang dilakukan dengan memberikan wawancara berbasis tugas secara terstruktur.

Sebagaimana diketahui bahwa tujuan dari pembelajaran matematika sebagaimana tercantum dalam [1] diantaranya adalah agar siswa: (1) Memahami konsep matematika, menjelaskan keterkaitan antara konsep dan mengaplikasikan konsep atau logaritma, secara luwes, akurat, efisien dan tepat, dalam pemecahan masalah, (2) Menggunakan penalaran pada pola dan sifat, melakukan manipulasi matematika dalam membuat generalisasi, menyusun bukti, atau menjelaskan gagasan dan pernyataan matematika, (3) Memecahkan masalah yang meliputi kemampuan memahami masalah, merancang model matematika, menyelesaikan model matematika dan menafsirkan solusi yang diperoleh. Dari tujuan di atas terlihat bahwa pemahaman terhadap suatu konsep, prosedur (algoritma) dan penggunaannya secara luwes (fleksibel) sangat diperlukan dalam pemecahan masalah matematika.

Secara umum kata fleksibel dalam pengetahuan menurut [2] adalah sebagai pengetahuan tentang multi prosedur solusi dan memiliki kemampuan memilih prosedur yang tepat untuk menyelesaikan suatu soal. Fleksibilitas dalam matematika menurut [3] bentuknya dikelompokkan dalam fleksibilitas koneksi, fleksibilitas representasi, fleksibilitas konsep, dan fleksibilitas strategi. Referensi [4] mengartikan Fleksibilitas pemecahan masalah sebagai pengetahuan tentang (a) multi strategi dan (b) pengetahuan tentang efisiensi relatif dari masing-masing strategi tersebut.

Selanjutnya jika fleksibilitas tersebut dikaitkan dengan penggunaan suatu konsep dan prosedur yang dimiliki siswa (gabungan pengetahuan konseptual dan prosedural) [5] mengartikan fleksibilitas sebagai berpikir proseptual yaitu kemampuan berpikir secara simbolik. Menurut [6] siswa akan berada pada rentang berpikir prosedural dan fleksibel, secara pentahapannya adalah 1) pre-prosedur; 2) prosedur; 3) Multi prosedur; 4) proses dan 5) prosep. Jadi Fleksibilitas akan tercapai jika siswa berada dalam tahap prosep yaitu siswa memahami akan konsep dan prosedur-prosedur (proses) yang berkaitan dengan masalah.

Indikator yang menunjukkan bahwa siswa menguasai konsep dalam [7] adalah 1) menyatakan ulang konsep yang telah dipelajari ; 2) mengklasifikasikan objek-objek berdasarkan dipenuhi tidaknya persyaratan yang membentuk konsep tersebut; 3) mengidentifikasi sifat-sifat operasi atau konsep; 4) menerapkan konsep secara logis; 5) memberikan contoh atau bukan contoh dari konsep yang dipelajari; 6) menyajikan konsep dalam berbagai macam bentuk representasi matematis (tabel, grafik, diagram, gambar, sketsa, model matematika, atau cara lainnya); 8) mengaitkan berbagai konsep dalam matematika maupun di luar matematika; 9) mengembangkan syarat perlu dan /atau syarat cukup suatu konsep. Termasuk dalam kecakapan ini adalah melakukan algoritma

atau prosedur, yaitu kompetensi yang ditunjukkan saat bekerja dan menerapkan konsep-konsep matematika, meliputi: 1) menggunakan, memanfaatkan dan memilih prosedur/algorithm; 2) memodifikasi atau memperhalus prosedur mengembangkan prosedur.

Berdasarkan hal di atas yang dimaksud fleksibilitas matematika siswa dalam menyelesaikan masalah gradien disini adalah bagaimana pemahaman siswa terhadap konsep-konsep dan prosedur-prosedur terkait masalah serta kemampuan memberikan kesimpulan dari permasalahan yang ada. Sehingga permasalahan dalam penelitian ini adalah bagaimanakah fleksibilitas matematika siswa dalam menyelesaikan masalah terkait gradien dan kemampuan memberikan kesimpulan dari suatu argumen. Adapun tujuan penelitian ini mendiskripsikan dari permasalahan di atas.

II. METODE PENELITIAN

Jenis penelitian ini adalah penelitian deskriptif-eksploratif dengan pendekatan kualitatif yang mengungkap makna dibalik gejala-gejala yang terjadi pada subjek penelitian. Subyek penelitian ini adalah tiga siswa SMP kelas VIII yang berkemampuan matematika tinggi, sedang dan rendah. Untuk menentukan siswa berkemampuan tinggi, siswa diminta menyelesaikan soal tes kemampuan matematika berbentuk uraian yang diambil dari soal ujian nasional yang sesuai dengan standar isi untuk kelas VIII..

Metode pengumpulan data penelitian adalah wawancara mendalam dan analisis tugas yang didasarkan pada tugas penyelesaian masalah matematika. Semua data direkam dengan menggunakan video recorder. Untuk memperoleh data yang kredibel, melalui pengamatan terus menerus/konsisten dan pantang menyerah (meningkatkan ketekunan), triangulasi waktu. (Moleong, 2011; Sugiyono, 2011). Data dianalisis menggunakan model alir meliputi reduksi data, penyajian data, dan penarikan simpulan (Miles & Huberman, 1992). Namun dalam penelitian ini dideskripsikan secara detail adalah subyek berkemampuan tinggi

Adapun instrumen yang digunakan adalah 1) Diketahui garis g melalui titik $A(0,b)$ dan titik $B(2,-3)$. Tentukan nilai b jika garis g tegak lurus dengan garis h yang persamaannya $3y = x + 3$. Kemudian tentukan persamaan garis g dan gambarkan kedua garis tersebut. 2) Apakah dua garis yang saling tegak lurus hasil kali gradiennya sama dengan negatif satu (-1)

III. PEMBAHASAN

Berikut adalah hasil pekerjaan subyek 1 (berkemampuan tinggi)

1. Diket : $A(0,b)$
 $B(2,-3)$
 Persamaan garis $h \rightarrow 3y = x + 3$
 Ditanya : nilai $b = \dots ?$
 Persamaan garis $g = \dots ?$
 Gambar = ... ?
 Jawab : $m_1 \cdot m_2 = -1 \rightarrow 3y = -4x - 6$
 $-4 \cdot \left(\frac{3}{4}\right) = -1 \quad y = \frac{-4x - 6}{3}$
 $y - y_1 = m(x - x_1)$
 $7 - b = \frac{3}{4}(2 - 0)$
 $7 - b = \frac{3 \cdot 2}{4}$
 $7 - b = 3$
 $-b = -4$
 $b = 4$
 Persamaan garis $g \rightarrow y = mx + c$
 $y = \frac{3}{4}x + 4$

Dari hasil pekerjaan di atas dan hasil wawancara terlihat bahwa urutan siswa dalam mengerjakan adalah menentukan gradien garis h , menentukan gradien garis g dari rumus $m_1 \cdot m_2 = -1$, menentukan nilai b selanjutnya menentukan persamaan garis g . Dalam menentukan persamaan garis g cara yang digunakan oleh Subyek 1 berbeda dengan dua subyek lainnya. Subyek satu langsung menggunakan $y = mx + c$ sedang dua

subek lainnya menggunakan rumus $\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$. Subyek 1 memahami bahwa nilai b sama dengan nilai

c, Berikut adalah hasil wawancara pemahaman konsep gradien dan pekerjaan subyek 1 dengan rumus yang lain.

P1 Menurut anda gradien itu apa

S1 Kemiringan garis tersebut

P2 Bagaimana anda mencari gradien suatu garis

S2 Kalau sudah ada gambarnya itu pakai perbandingan sumbu y dan sumbu x

P3 Terus

S3 Bisa pakai yang ini menunjuk koefisien m persamaan garis $y = mx + c$

Juga bisa menggunakan $y - y_1 = m(x - x_1)$ terus kalau $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

P4 $y = mx + c$ maksudnya apa ini

S4 Ini persamaan garis yang gradien dan c nya sudah diketahui, seperti tadi m nya $\frac{3}{4}$ dan c nya 4 (yaitu b)

P5 Jadi menurut anda untuk mencari persamaan garis g ada berapa cara

S5 Ada tiga cara yaitu : (subyek menyebutkan rumus-rumus berikut : $y = mx + c$; $y - y_1 = m(x - x_1)$)

dan $\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$.

P6 Bisa anda jelaskan kapan menggunakan masing-masing rumus tersebut

S6 Kalau pakai : $y = mx + c$ itu jika gradien dan c nya diketahui; terus kalau pakai

$y - y_1 = m(x - x_1)$ kalau gradien diketahui sama satu titik; terus kalau $\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$ kalau

dua titik diketahui.

$$\begin{aligned} \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} &= \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} \\ \frac{y - 10}{10 - 0} &= \frac{x - 0}{4 - 0} \\ \frac{y - 10}{10} &= \frac{x}{4} \\ y - 10 &= \frac{10x}{4} \\ 4y - 40 &= 10x \\ 4y &= 10x + 40 \\ y &= \frac{10x}{4} + 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y - 7 &= \frac{3}{4}(x - 4) \\ y - 7 &= \frac{3}{4}x - \frac{3}{4} \cdot 4 \\ y - 7 &= \frac{3}{4}x - 3 \\ y &= \frac{3}{4}x - 3 + 7 \\ y &= \frac{3}{4}x + 4 \end{aligned}$$

Subyek 1 memahami konsep gradien sebagai kemiringan garis yang diperoleh dari hasil perbandingan antara sumbu y dan sumbu x, sebagai koefisien dari x setelah persamaan dalam bentuk $y = mx + c$ serta bisa dicari dengan rumus-rumus yang ada.

Berikut adalah hasil pekerjaan subyek 1 dalam menggambar grafik.

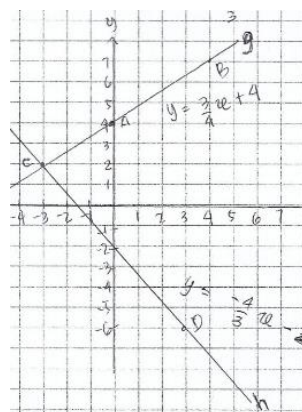
P7 Bagaimana cara anda menggambar garis

S7 Kalau garis g tadi kan sudah diketahui dua titiknya jadi langsung bisa digambar. Kalau garis h hanya diketahui persamaannya jadi harus dicari titik-titiknya. Pakai itu kalau y nya dicoba misal 2 terus nanti x nya bisa ketemu dengan persamaan tadi. (Berikut gambar grafik persamaan garis g dan h)

garis g: A (0,4)
B (4,7)

garis h: $3y = -4x - 6$
 $3(2) = -4x - 6$
 $6 = -4x - 6$
 $6 + 6 = -4x$
 $12 = -4x$
 $\frac{12}{-4} = \frac{-4x}{-4}$
 $-3 = x \rightarrow (-3, 2)$

$3y = -4(3) - 6$
 $3y = -12 - 6$
 $3y = -18$
 $y = \frac{-18}{3} = -6 \rightarrow (3, -6)$

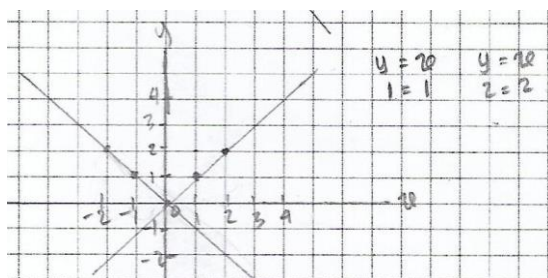


- P8 Jadi anda menggambar nya berapa titik
 S8 Dua
 P9 Kenapa dua titik
 S9 Supaya bisa dihubungkan jadi garis
 P10 Boleh tidak lebih dari dua
 S10 Boleh
 P11 Dari gambar tersebut bagaimana kedua garis tersebut
 S11 Saling tegak lurus
 P12 Bagaimana gradiennya
 S12 Hasil kali gradiennya sama dengan -1; ($m_1 \cdot m_2 = -1$)

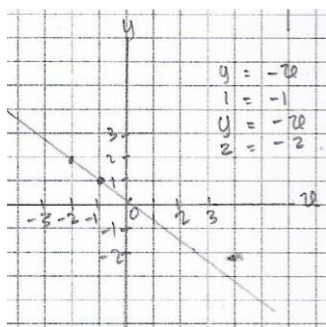
Dalam menggambar grafik garis, subyek 1 memahami bahwa suatu garis bisa digambarkan jika memiliki minimal dua titik pada koordinatnya. Dua titik tersebut diperoleh dengan jalan memasukkan salah satu titik pada persamaannya tidak harus $x=0$ atau $y=0$, tetapi dicari yang mudah untuk dihitung.

Selanjutnya berikut adalah hasil pekerjaan dan wawancara dari permasalahan nomor 2.

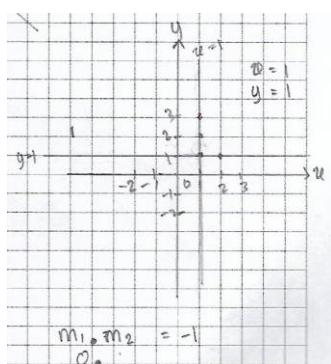
- P13 Coba digambarkan garis $y=x$
 S13



- P14 Ini garis apa
 S14 Garis $y=x$
 P15 Berapa gradien garisnya
 S15 satu
 P16 Kok satu dari mana anda tahu
 S16 Karena gradien itu koefisien dari x
 P17 Apa itu koefisien
 S17 Angka di depan x
 P18 Coba gambarkan garis dengan persamaan ($y = -x$)
 S18



- P19 Berapa gradien garis ini ($y = -x$)
 S19 Sama dengan -1
 P20 Berapakah hasil kali gradiennya garis ($y = -x$ dan $y = x$)
 S20 Sama dengan -1 karena $1 \times -1 = -1$
 P21 Bisa tidak anda menggambarkan garis $x = 1$
 S21 Ya (mengguguk dan terus menggambar garis $x = 1$)



- P22 Coba gambarkan persamaan $y=1$
 S22 Menggambarkan garis dengan persamaan $y=1$
 P23 Berapa gradiennya garis $x=1$
 S23 (Berpikir sejenak sambil melihat persamaan garisnya)
 Selanjutnya menghitung dengan – mengambil titik $(0,1)$ dan $(1,1)$ $m = \frac{1-1}{1-0} = \frac{0}{1} = 0$
 P24 Berarti garis $y=1$ gradiennya berapa?
 S24 Nol.
 P25 Sekarang garis $x=1$ berapa gradiennya
 S25 (Berpikir sejenak sambil melihat persamaan garisnya)
 Selanjutnya menghitung dengan – mengambil titik $(1,1)$ dan $(1,2)$ $m = \frac{2-1}{1-1} = \frac{1}{0}$
 Tidak ada hasilnya.
 P26 Garis $y=1$ kan tegak lurus, punya gradien tidak
 S26 Tidak
 P27 Coba perhatikan bagaimana perkalian gradiennya (m_1, m_2)
 S27 $0 \cdot m_2$ berarti tidak sama dengan -1
 P28 Berarti menurut anda bagaimana kesimpulannya
 S28 Dua garis yang tegak lurus perkalian gradiennya belum tentu sama dengan minus satu terus ada lagi kalau perkalian gradiennya sama dengan -1 berarti kedua garis tegak lurus

Berdasarkan wawancara dan hasil pekerjaan di atas dapat dipahami bahwa subyek 1 dalam menggambar grafik garis konsisten dengan pertolongan dua titik, yaitu dengan mengambil nilai x dahulu baru menentukan nilai y nya. Dalam menentukan gradien dari garis yang sejajar sumbu x atau sumbu y dicari dengan jalan memasukkan pada rumus gradien $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$. Dan hal ini tidak dijumpai untuk siswa yang berkemampuan rendah, dengan sedikit bantuan untuk siswa yang berkemampuan sedang. Begitu juga dalam mengambil

kesimpulan bahwa dua garis yang tegak lurus perkalian gradiennya belum tentu sama dengan minus tetapi sebaliknya jika perkalian gradiennya sama dengan -1 berarti kedua garis tersebut saling tegak lurus untuk subyek 1 dengan lancar bisa menyimpulkan tetapi tidak untuk siswa yang berkemampuan sedang dan rendah.

Jadi dapat disimpulkan bahwa subyek 1 (berkemampuan tinggi) memiliki fleksibilitas matematika lebih tinggi dari subyek lainnya dalam menyelesaikan dan pengambilan kesimpulan permasalahan gradien.

IV. DAFTAR PUSTAKA

- [1] Depdiknas, 2006. *Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan. Kompetensi Dasar Pelajaran Matematika untuk Sekolah Dasar (SD)/Madrasah Ibtidaiyah (MI), Sekolah Menengah Pertama (SMP)/Madrasah Tsanawiyah (MTs), Sekolah Menengah Atas (SMA)/Madrasah Aliah (MA)*. Jakarta: Pusat Kurikulum, Balitbangdiknas, Jakarta.
- [2] Star, J.R. 2006. *Flexibility in the Use of Mathematical Procedure*. San Diego: American Educational Research Education.
- [3] Sugiman, 2010. *Fleksibilitas Matematik dalam Pendidikan Matematika Realistik*
- [4] Star, J.R. dan Bethany, R.J. 2007. *Flexibility in Problem Solving: The case of equation solving*. Journal: Learning an Instruction XX
- [5] Gray, E. and Tall, D. 1994. Duality, Ambiguity and Flexibility: A Proceptual View of Simple Arithmetics. *The Journal for Research in Mathematics Education*. Vol 26(2) page 115-141.
- [6] Tall, D. and Isoda, M., 2007, *Long-Term Development of Mathematical Thinking And Lesson Study*
- [7] Kemendikbud, 2016, Modul Guru Pembelajar Matematika SMP (Kelompok Kompetensi D), Direktorat Jenderal Guru dan Tenaga Kependidikan Kemendikbud
- [8] Sugiyono, 2005, *Memahami Penelitian Kualitatif*, Bandung : Alfabeta.
- [9] Miles & Huberman, 2007, *Analisis Data Kualitatif (terjemahan)*, Jakarta : UI Press.